

FELIPE LANGELOTTI SILVA

OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL ACOPLADA À INTERAÇÃO  
FLUIDO-ESTRUTURA DE UMA ASA DE AERONAVE TIPO UAV

Monografia apresentada à Escola Politécnica  
da Universidade de São Paulo para obtenção  
do Título de Engenheiro Mecatrônico.

São Paulo  
2011

FELIPE LANGELOTTI SILVA

OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL ACOPLADA À INTERAÇÃO  
FLUIDO-ESTRUTURA DE UMA ASA DE AERONAVE TIPO UAV

Monografia apresentada à Escola Politécnica  
da Universidade de São Paulo para obtenção  
do Título de Engenheiro Mecatrônico.

Área de concentração:  
Engenharia Mecatrônica

Orientador:  
Prof. Dr. Emílio Carlos Nelli Silva

São Paulo  
2011

## **FICHA CATALOGRÁFICA**

Silva, Felipe Langellotti

Otimização estrutural acoplada à interação fluido-estrutura de uma asa de aeronave tipo UAV/ F. L. Silva. — São Paulo, 2011.

114 p.

Trabalho de Formatura — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos.

1. Topologia (Otimização) 2. Estruturas (Otimização) 3. Interacção fluído-estrutura 4. Dinâmica dos fluídos (Simulação computacional; Otimização) 5. Aeronaves I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos. II. t.

à minha Família

## AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar gostaria de agradecer à meus pais, Gilberto e Ivelise, minha irmã Flávia, avós, tios e toda minha família. Direta, indiretamente, ou simplesmente através de inspiração, todos à sua maneira contribuíram para este resultado. A Graduação como um todo é permeada de altos e baixos, e com certeza minha família forneceu a base sólida necessária para sua construção.

Ao Prof. Dr. Emílio Carlos Nelli Silva, meus sinceros agradecimentos pela confiança depositada neste trabalho, constante apoio e dedicação. O seu foco, motivação e dedicação ao ensino e à todos seus orientandos é incomum e contagiente.

Aos colegas de laboratório de otimização, agradeço o constante apoio, companhia, e também a paciência com todas as minhas dúvidas.

Aos amigos de Aerodesign, dos mais diferentes anos e áreas, sinto-me satisfeito de ter trabalhado e aprendido muito com todos. Durante estes 5 anos de convivência, tiveram papel fundamental em minha formação como Engenheiro e também como pessoa. Ao Prof. Dr. Antonio Luis Campos Mariani pelo seu incentivo e dedicação ao projeto Aerodesign da Poli.

Por fim agradeço aos colegas de turmas da Poli, desde o Biênio, semestre de GA Química, Mecatrônica, que no dia-a-dia contribuíram com minha formação. Foi um grande prazer compartilhar estes momentos.

“Destiny is not a matter of chance; it is a matter of choice.  
It is not a thing to be waited for; it is a thing to be achieved.”  
(William Jennings Bryan)

# RESUMO

Aeronaves do tipo UAV tem sido cada vez mais utilizadas em diversos setores da sociedade. Defesa militar, segurança pública, busca e salvamento, sensoriamento remoto, controle de plantações, são algumas das aplicações. Como outros tipos de aeronaves, seu objetivo é transportar o máximo de carga útil, com segurança e o mínimo de recursos e custos. A otimização estrutural insere-se neste contexto permitindo uma redução no peso vazio da aeronave, maximizando a sua carga útil.

Neste trabalho é desenvolvida uma metodologia que propõe uma estrutura interna de asa de aeronave tipo UAV otimizada, levando em consideração os efeitos aeroelásticos estáticos da Interação Fluido-Estrutura (FSI). Para o laço de análise FSI, são utilizados os softwares comerciais Ansys Mechanical na análise estrutural, e o Ansys CFX para análise CFD. Ambos são acoplados via Ansys MFX, automatizados e comandados remotamente por um código próprio desenvolvido em Matlab.

São propostos três casos de otimização: paramétrica, topológica sem FSI e topológica com FSI. No caso da otimização paramétrica é empregado o software Mode-Frontier para maximizar a eficiência aerodinâmica da asa sobre uma topologia fixa de estrutura parametrizada. A otimização topológica utiliza um código próprio em Matlab que implementa o Critério de Optimalidade com filtro de sensibilidades para a solução do problema. No caso sem FSI são considerados carregamentos aerodinâmicos fixos provenientes do CFD, e no caso com FSI, os carregamentos provém da análise FSI “two-way”.

Os resultados são baseados em uma aeronave da competição “SAE Brasil Aero-design”, apresentados na forma de correlações entre parâmetros e objetivos, topologias resultantes e interpretações possíveis. Por fim, são discutidas as limitações e possíveis melhorias da metodologia implementada.

**Palavras-chave:** Otimização Estrutural. Interação Fluido-estrutura. Otimização Multidisciplinar. UAV. Simulação CFD. Simulação MEF.

# ABSTRACT

The use of UAV aircraft has been increased in many sectors of society. Military defense, public security, search and rescue, remote sensing, agriculture control are some of their uses. Like other aircraft types, its main goal is to carry the maximum payload with safety and the minimum amount of resources and costs. Structural optimization helps reach this goal, allowing the reduction of the aircraft empty weight by maximizing the payload without putting at risk the flight safety.

This work develops a methodology that suggests an optimized UAV aircraft wing structure, taking into account the static aeroelastic effects of Fluid-Structure Interaction (FSI). For the FSI analysis loop, commercial software are used, such as Ansys Mechanical for the structural analysis, and Ansys CFX for CFD analysis. Both are coupled through Ansys MFX, being automated and controlled remotely from an own code developed in Matlab environment.

Three optimization cases are evaluated: parametric, topology without FSI loop and topology with FSI loop. For parametric optimization implementation, its used the ModeFrontier software to maximize the wing aerodynamic efficiency based in a fixed structure topology. The topology optimization uses a Matlab developed code that obtains the solution via Optimality Criteria and using a sensitivities filter. For the non-FSI case, the aerodynamic loadings are held constant, calculated from a CFD analysis, and for the FSI case, the loadings come from FSI two-way analysis.

The results shown are based in a SAE Brasil Aerodesign aircraft, presented through graphical correlations between input parameters and objectives, topology results and feasible interpretations. Finally, the optimization limitations and possible improvements of the implementation used are discussed.

**Keywords:** Structural Optimization. Fluid-structure Interaction. Multidisciplinary Design Optimization. UAV. CFD Simulation. FEM Simulation.

# LISTA DE FIGURAS

1.1	Exemplos de flexão de asas em vôo, águia à esquerda, urubu à direita. . . . .	23
1.2	UAV Apoema, fabricado pela empresa brasileira Xmobots. . . . .	24
1.3	Aeronave da competição “SAE Brasil Aerodesign” 2008, projeto Bruto, projetada e construída pela equipe Poliaclive (Poli-USP). . . . .	25
3.1	Exemplo clássico de otimização paramétrica. . . . .	37
3.2	Exemplo de otimização de forma. . . . .	37
3.3	Etapas de projeto por OT (SILVA, 2010). . . . .	38
3.4	“Hierarquia” dos algoritmos de otimização. . . . .	40
3.5	Descrição visual das variáveis de projeto. . . . .	41
3.6	Representação esquemática do domínio de otimização $\Omega_1$ , pseudo-densidades $\rho(x_i)$ , condições de contorno e carregamentos. . . . .	43
4.1	Resumo do processo implementado para uma análise FSI, com os programas utilizados e suas relações. . . . .	47
4.2	Malha de 7,5 milhões de elementos, visão do domínio completo. . . . .	50
4.3	Detalhe do refinamento da malha de 7,5 milhões de elementos na região próxima ao bordo de ataque. . . . .	50
4.4	Detalhe do refinamento por extrusão dos elementos tetraédricos em contato com a asa, gerando os elementos hexaédricos na região da camada limite. .	51
4.5	Fluxograma da geração da geometria interna da asa via linguagem APDL. .	55
4.6	Pontos com as coordenadas do perfil aerodinâmico. . . . .	56
4.7	Geometria resultante da modelagem em APDL, com as linhas e volumes. .	56
4.8	Elemento SOLID187, imagem reproduzida de (ANSYS, 2010a). . . . .	57
4.9	Elemento SHELL281, imagem reproduzida de (ANSYS, 2010a). . . . .	57
4.10	Malha de elementos finitos gerada para a estrutura interna da asa. . . . .	58

4.11	Detalhe do extradorso da asa apresentando problemas devido ao mapeamento de geometrias incorreto. . . . .	62
4.12	Detalhe do bordo de fuga da asa com deformações excessivas causadas por baixa espessura e rigidez estrutural. . . . .	63
4.13	Exemplo de níveis de deslocamentos atingidos sem problemas de dobramento da malha. Geometria com diedro nulo na condição original. . . . .	64
4.14	Fluxograma da análise FSI implementada no Matlab. . . . .	65
4.15	Fluxograma da otimização paramétrica para teste da análise FSI implementada em ModeFrontier. . . . .	67
4.16	Fluxograma do código de OT implementado em Matlab. . . . .	71
4.17	Fluxograma da análise MEF dentro do ciclo da OT. . . . .	73
4.18	Definição das malhas pertencentes ao domínio otimizável ( $\Omega_1$ ), e ao domínio não otimizável ( $\Omega_2$ ). . . . .	74
5.1	Curva do coeficiente global de sustentação da aeronave em função do ângulo de ataque da fuselagem - projeto “BRUTO” da equipe Poliaclive de Aerodesign 2008. . . . .	78
5.2	Detalhe da asa em software CAD - projeto “BRUTO” da equipe Poliaclive de Aerodesign 2008. . . . .	78
5.3	Comparação de deslocamentos da semi-envergadura com a rigidez dos elementos estruturais diferentes por um fator 2,5. . . . .	79
5.4	Efeitos do deslocamento da asa no escoamento à jusante. . . . .	79
5.5	Modificação do escoamento na região da ponta da asa. . . . .	80
5.6	Detalhe do vórtice de ponta de asa e sua deformação em função do deslocamento da asa. . . . .	80
5.7	Comparação das distribuições de pressão. . . . .	80
5.8	Matriz de correlações entre as entradas, saídas e o objetivo, como definidos na seção 4.4. . . . .	82

5.9	Correlação entre a espessura da longarina e o deslocamento vertical da ponta da asa. . . . .	83
5.10	Correlação entre a posição da longarina e a força de sustentação da asa. . . . .	83
5.11	Correlação entre a eficiência aerodinâmica e o deslocamento vertical da ponta da asa. . . . .	84
5.12	Resultados do extradorso da asa, carregamento CFD fixo, sem filtro. . . . .	85
5.13	Resultados do intradorso da asa, carregamento CFD fixo, sem filtro. . . . .	85
5.14	Resultados do extradorso da asa, carregamento CFD fixo, com filtro. . . . .	86
5.15	Resultados do intradorso da asa, carregamento CFD fixo, com filtro. . . . .	86
5.16	Reprodução dos resultados obtidos por Maute e Allen (2004) na OT com carregamentos de pressão fixo (CPR). . . . .	87
5.17	Resultados do extradorso da asa, carregamento CFD fixo, restrição de volume 30 %. . . . .	87
5.18	Resultados do intradorso da asa, carregamento CFD fixo, restrição de volume 30 %. . . . .	88
5.19	Resultados com restrição de volume de 30%; à esquerda, apenas pseudo-densidades maiores do que 0.5, à direita, maiores que 0.95. . . . .	88
5.20	Proposta de interpretação possível do resultado de OT. As posições das linhas em preto representam áreas de colocação de material, enquanto suas espessuras, uma tendência de reforçamento. À esquerda, vista do extradorso; à direita, do intradorso. . . . .	89
5.21	Resultado com fração de volume de 58%; à esquerda, extradorso, e à direita, intradorso. . . . .	90
5.22	Visualização tridimensional do resultado da OT. . . . .	90
5.23	Cortes ao longo da envergadura da geometria otimizada obtida. . . . .	91

5.24 Geometrias obtidas da OT na configuração deformada. À esquerda, deslocamentos verticais ao longo da envergadura; à direita, os deslocamentos localizados em virtude da ausência de material na região sob a casca (unidades em <i>mm</i> ). . . . . .	92
5.25 Proposta de interpretação possível do resultado de OT. As posições das linhas em preto representam áreas de colocação de material, enquanto suas espessuras, uma tendência de reforçamento. À esquerda, vista do extradorso; à direita, do intradorso. . . . .	92
5.26 Distribuição de pressões sobre a geometria deformada da asa. . . . .	93
5.27 Distribuição de deslocamentos verticais sobre a geometria deformada. . . .	94
5.28 Resultado da OT com FSI, extradorso da asa. . . . .	95
5.29 Resultado da OT com FSI, intradorso da asa. . . . .	95
5.30 Distribuição de material no caso da OT com FSI. . . . .	96
A.1 Novo projeto “Fluid Flow (CFX)”. . . . .	103
A.2 Geometria da asa simulada, criada em CATIA V5. . . . .	104
A.3 Domínio computacional completo. . . . .	104
A.4 Exemplo de malha gerada. . . . .	105
A.5 Distribuições de pressão com malha aparente na parede de simetria. . . .	107
A.6 Linhas de corrente do escoamento na região da ponta da asa. . . . .	108
A.7 Linhas de corrente do escoamento com exibição da esteira de turbulência gerada pelo campo de pressões da asa. . . . .	108
A.8 Vórtices de ponta de asa evidentes à jusante do escoamento. . . . .	109
B.1 Representação do caso 1, resultado reproduzido de Sigmund (2001). . . .	110
B.2 Representação do caso 2, resultado reproduzido de Sigmund (2001). . . .	110
B.3 Representação do caso 3, resultado reproduzido de Bendsøe e Sigmund (2003).111	111
B.4 Valores das pseudo-densidades resultantes do caso 1, sem o filtro de gradientes. . . . .	112

B.5	Valores das pseudo-densidades resultantes do caso 2, sem o filtro de gradientes. . . . .	112
B.6	Valores das pseudo-densidades resultantes do caso 1, com filtro. . . . .	113
B.7	Valores das pseudo-densidades resultantes do caso 2, com filtro. . . . .	113
B.8	Valores das pseudo-densidades resultantes do caso 3, com filtro. . . . .	113
B.9	Curva de convergência para o caso 1. . . . .	114

## LISTA DE TABELAS

5.1	Parâmetros da asa simulada. . . . .	77
A.1	Condições de contorno. . . . .	106
A.2	Ajustes de controle do solver. . . . .	106
B.1	Parâmetros utilizados nas comparações. . . . .	111

# LISTA DE ABREVIATURAS

**AIAA** American Institute of Aeronautics and Astronautics

**APDL** Ansys Parametric Design Language

**AR** Aspect Ratio

**CAD** Computer-Aided Design

**CCL** CFX Command Language

**CFD** Computational Fluid Dynamics

**DOE** Design Of Experiments

**FORM** First-Order Reliability Method

**FSI** Fluid-Structure Interaction

**GPS** Global Positioning System

**IPT** Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo

**MDF** Método das Diferenças Finitas

**MDO** Multidisciplinary Design Optimization

**MEF** Método dos Elementos Finitos

**MFS** ANSYS Multi-field Solver - Single-Code Coupling

**MFX** ANSYS Multi-field Solver - Multiple Code Coupling

**MPCCI** Mesh-based Parallel Code Coupling Interface

**MVF** Método dos Volumes Finitos

**NASA** National Aeronautics and Space Administration

**OT** Otimização Topológica

**RBDO** Reliability Based Design Optimization

**ROV** Remotely Operated Vehicle

**SIMP** Solid Isotropic Material with Penalization

**TR** Taper Ratio

**UAV** Unmanned Aerial Vehicle

**VANT** Veículo Aéreo Não Tripulado

# LISTA DE SÍMBOLOS

---

Símbolo	Descrição
$b$	largura da seção da viga
$B$	parâmetro do Critério de Optimalidade
$c(\mathbf{x})$	vetor de flexibilidade média (“compliance”)
$C_{i,j}$	coordenada $i$ do centróide do elemento $j$
$CL_0$	coeficiente adimensional de sustentação tridimensional
$CL_\alpha$	derivada da curva de sustentação tridimensional
$CL_{max}$	coeficiente adimensional máximo de sustentação tridimensional
$d$	variável posição da longarina
$dist(e, f)$	função distância entre o centróide do elemento $e$ e $f$
$D$	força de arrasto
$E^0$	módulo de elasticidade do material base
$f$	fração de volume de material
$F$ ou $\mathbf{F}$	vetor de carregamentos
$g_j(x)$	restrição $j$ de ineqüalidade
$h$	altura da seção da viga
$h_k(x)$	restrição $k$ de igualdade
$\hat{H}_f$	parâmetro do filtro de sensibilidades da OT
$[K]$	matriz de rigidez
$L$	força de sustentação
$m$	variável de ajuste passo da OT
$M$	número Mach
$p$	potência de penalização do modelo SIMP
$r_{min}$	variável de controle do raio de atuação do filtro da OT
$Re$	número de Reynolds
$S$	superfície de controle
$t$	variável espessura da longarina
$u$	variável deslocamento vertical da asa
$V$	volume de controle

Símbolo	Descrição
$\vec{V}$	vetor velocidade
$\mathbf{x}$	vetor de variáveis de projeto
$x_i$	elemento $i$ do vetor de variáveis de projeto
$y^+$	parâmetro adimensional de espessura da camada limite
$\alpha_{stall}$	ângulo de stall
$\delta$	vetor de deslocamentos
$\eta$	variável de amortecimento numérico da OT
$\lambda$	multiplicador de Lagrange
$\rho$	densidade
$\rho()$	função pseudo-densidade do modelo SIMP
$\Omega$	domínio de projeto
$\Omega_1$	domínio de projeto otimizável
$\Omega_2$	domínio de projeto não otimizável
$\nabla$	operador divergente

# SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	21
1.1	Aeronaves Eficientes e a Otimização . . . . .	21
1.2	UAVs . . . . .	24
1.3	Objetivos . . . . .	25
1.4	Justificativa . . . . .	26
1.5	Revisão Bibliográfica . . . . .	27
2	FORMULAÇÃO TEÓRICA	31
2.1	Dinâmica dos Fluidos Computacional . . . . .	31
2.1.1	Análise Diferencial de Escoamentos . . . . .	31
2.1.2	Resolução das Equações . . . . .	34
2.2	Método dos Elementos Finitos . . . . .	35
3	OTIMIZAÇÃO	36
3.1	Métodos de Otimização . . . . .	37
3.2	Algoritmos de Otimização . . . . .	39
3.3	Caso A: Otimização Paramétrica . . . . .	41
3.4	Caso B: Otimização Topológica Sem FSI . . . . .	42
3.5	Caso C: Otimização Topológica Com FSI . . . . .	44
4	IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA	46
4.1	Definição da Rota Tecnológica . . . . .	46
4.2	Automatização da Análise FSI . . . . .	47
4.2.1	Parte CFD . . . . .	48

4.2.2	Parte MEF	54
4.2.3	Integração via ANSYS MFX	58
4.3	Laço de Análise e Otimização	64
4.3.1	Matlab	65
4.4	Caso A: Otimização Paramétrica	67
4.5	Caso B: Otimização Topológica Sem FSI	69
4.6	Caso C: Otimização Topológica Com FSI	74
5	RESULTADOS	77
5.1	Análises FSI isoladas	78
5.2	Caso A: Otimização Paramétrica	81
5.3	Caso B: Otimização Topológica Sem FSI	84
5.4	Caso C: Otimização Topológica Com FSI	93
6	CONCLUSÃO	98
REFERÊNCIAS		100
APÊNDICE A – TUTORIAL PARA SIMULAÇÕES CFD		103
A.1	Softwares Utilizados e Pré-Requisitos	103
A.2	Criação da Geometria e Domínio Computacional	104
A.3	Geração da Malha	104
A.4	Setup do Solver	105
A.5	Pós-processamento dos Resultados	107
APÊNDICE B – VALIDAÇÃO DO CÓDIGO DE OTIMIZAÇÃO TOPOLOGICA		110
B.1	Implementação Sem Filtros de Gradientes	111
B.2	Implementação Com Filtros de Gradientes	112

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Aeronaves Eficientes e a Otimização

A busca por eficiência sempre motivou o desenvolvimento da indústria aeronáutica, desde seus primórdios. Alberto Santos-Dumont, como citado em Hoffman (2004, p. 53), demonstrava esta preocupação na seleção de motores: “[...] trabalhei numa máquina com dois cilindros de um motor a petróleo, [...]. Para que tivesse um peso mínimo, eliminei todos os elementos que não fossem estritamente necessários à sua solidez. Desse modo, produzi algo notável para a época - um motor de 3 1/2 HP pesando apenas 30 quilos.”

Neste trecho, Santos-Dumont estava preocupado com a relação peso potência de seu motor. No entanto, a eficiência de uma aeronave pode ser medida de diversas formas, dependendo do objeto de interesse. Normalmente, como descrito por Raymer (1999), o projeto conceitual de uma aeronave é subdividido em áreas: aerodinâmica, propulsão, cargas e estruturas, pesos, estabilidade e controle e, desempenho. Surgem então medidas como a eficiência aerodinâmica (razão entre a sustentação e o arrasto gerado), eficiência estrutural (razão entre a carga paga e o peso vazio), emissão de poluentes, consumo de combustível, entre outros, que juntos, permitem mensurar diferentes projetos.

Com o intuito de criar um projeto otimizado para determinada aplicação, buscando a melhoria da eficiência de algum conjunto de aspectos, é importante levar em consideração as soluções de compromisso que ocorrem entre diferentes disciplinas do conhecimento. A otimização multi-disciplinar, conhecida em inglês como “Multidisciplinary Design Optimization (MDO)”, atua sobre esta necessidade, fornecendo métodos de otimização que permitem lidar com a inter-disciplinaridade da física do problema. Aerodinâmica, estruturas, estabilidade, desempenho, custos podem ser avaliados de forma conjunta, melhorando a solução inicial dentro de um conceito de metodologia de projeto em espiral, usual em aeronáutica.

Como exemplo, no caso da otimização aerodinâmica de uma asa de aeronave, em muitos casos é relevante que a sua estrutura não seja desprezada. Levando-se somente em conta aspectos aerodinâmicos, uma asa otimizada que reduz seu arrasto por ter um perfil

de pequena espessura pode não atender aos requisitos de rigidez estrutural. Ao possuir pequena espessura, o mesmo consequentemente tem uma baixa inércia, comprometendo a rigidez do conjunto. Uma asa com baixa rigidez pode apresentar problemas como o flutter, a instabilidade estrutural derivada da frequência natural da estrutura estar próxima à frequência de excitação do escoamento, gerada por desprendimento de vórtices da superfície aerodinâmica. No lado inverso, uma otimização estrutural que não leva em conta aspectos aerodinâmicos pode chegar a resultados que embora possuam uma massa menor para uma dada rigidez, perturbam de tal maneira o escoamento que a geração de sustentação pode ser prejudicada.

No entanto, soluções ideais abrangendo todos os aspectos simplesmente não existem ou então são inviáveis do ponto de vista de custo, capacidade computacional, tempo e conhecimento. Cabe ao engenheiro, projetista, avaliar o impacto de cada área dentro do projeto final e definir funções objetivo com funções de mérito adequadas. Desta maneira, a otimização estrutural com considerações de interação fluido-estrutura, em inglês “Fluid-Structure Interaction (FSI)”, tem um papel importante no desenvolvimento de aeronaves mais leves e eficientes, na medida em que permite o desenvolvimento de soluções diferentes, onde uma solução de compromisso rege o problema.

Muitas vezes, a inspiração para um projeto otimizado emerge da observação crítica da Natureza. Ao longo da evolução dos seres vivos, características que foram importantes para a continuidade da espécie são conservadas enquanto outras tendem a desaparecer. Desta forma, com o passar do tempo, certas tendências observadas atualmente podem ter surgido por representarem alguma vantagem competitiva dentro da cadeia alimentar. No caso de pássaros, por exemplo, o voo é uma ferramenta de fundamental importância para sua sobrevivência. Desde a evasão de um possível predador, até o rápido e preciso ataque de sua presa, o voo eficaz representa uma vantagem evolutiva.

Neste aspecto, é interessante a observação de certas características geométricas e comportamentais de aves, na busca por aeronaves mais eficientes. As aves tendem a curvar suas asas em certas condições de voo, como observado pelos irmãos Wright: “Os Wrights, que também estudaram o movimento das aves, não deram importância à configuração em diedro porque isso não era habitual a todos os pássaros. No entanto, perceberam que as aves ao voar flexionavam um pouco suas asas em vez de mantê-las rígidas”, (HOFFMAN, 2004, p. 242). Esta flexão da asa pode ser percebida em gaviões, águias, urubus entre

outras aves, ao manterem o voo planado no qual a perda de energia potencial deve ser minimizada.



**Figura 1.1:** Exemplos de flexão de asas em vôo, águia à esquerda, urubu à direita.

Deve-se tomar cuidado para não confundir esta deformação da asa em virtude do carregamento aerodinâmico com uma medida geométrica chamada diedro. O diedro é o ângulo compreendido entre a asa e um plano horizontal quando o avião é visto de frente, na configuração indeformada da asa, ou seja, sem os carregamentos aerodinâmicos atuando sobre a mesma.

Uma águia, para manter sua asa rígida quando sob aplicação do carregamento aerodinâmico, depende de fatores como a rigidez e a forma de sua estrutura óssea e a capacidade muscular que a sustenta. Estes fatores se opõem à uma desejável minimização de massa da águia, que permite à mesma alçar voos mais altos ou rápidos, maiores razões de subida, razões de giro, de total importância em situações de fuga ou caça. Ou seja, analisando somente o ponto de vista estrutural surge um conflito de interesses: minimização da massa contra o aumento da rigidez da asa. No entanto, não somente estes fatores podem ser relevantes. Uma deformação da estrutura da asa da águia pode gerar uma modificação da condição do escoamento que a envolve. Ao longo da evolução, certamente estes aspectos entraram em cena e contribuíram para este comportamento de flexão da asa observado no estágio atual da evolução.

Desta forma, surge a motivação para o estudo da interação entre o fluido e a estrutura de asas de aeronaves. Talvez a busca por aeronaves eficientes possa se beneficiar de mecanismo análogo. Analisar a solução de compromisso entre o comportamento aeroelástico e estrutural de uma asa, inserida em um cenário de otimização da massa estrutural acoplado com outras funções objetivo torna-se relevante e atual no contexto da

tecnologia atual e futura.

A agência espacial norte-americana, “National Aeronautics and Space Administration (NASA)”, publicou em 2010 um estudo de 18 meses (D’ANGELO et al., 2010) em que relaciona as características e metas a serem atingidas pelas aeronaves comerciais de três gerações seguintes à atual (N+3), que entrarão em serviço entre os anos de 2030 e 2035. Entre outras metas estão a redução em 70% do consumo de combustível e a redução de 33% do peso vazio em relação à tecnologia atual, (D’ANGELO et al., 2010, p. 209). Ambas as metas necessitam de reduções de massa na estrutura das aeronaves para serem atingidas, o que pode começar com novos estudos de otimização estrutural da asa.

## 1.2 UAVs

Veículo Aéreo Não Tripulado (VANT), ou “Unmanned Aerial Vehicle (UAV)”, como mais conhecido ao redor do mundo e na literatura, é uma categoria de aeronave capaz de voar sem a presença de tripulação embarcada na aeronave, sendo operada de forma remota, “Remotely Operated Vehicle (ROV)”, ou autônoma. Possui diversas categorias, alcances, capacidades de carga, formas de propulsão e aplicação. Pode ser controlado manualmente remotamente, ou voar de forma completamente automática, decolando, cumprindo uma trajetória definida por sistemas “Global Positioning System (GPS)” e pousando ao final.



**Figura 1.2:** UAV Apoema, fabricado pela empresa brasileira Xmobots.

O alcance atingido por estas aeronaves (tecnologia no patamar do ano de 2010) varia de 2 km a 200 km, enquanto a altitude de voo oscila entre 600 m e 9100 m. Existem projetos da NASA em cooperação com a Boeing envolvendo o uso de espaçonaves de baixa órbita autônomas, controladas a partir da Terra, como o X-37B. Em testes realizados

durante 2010 e 2011, o mesmo ficou em órbita por 7 meses consecutivos antes de retornar à Terra com sucesso.

Suas aplicações são diversificadas e abrangem diversos setores de interesse da sociedade. Embora seu maior uso atualmente seja militar, em missões de reconhecimento aéreo, apoio a invasões e ataque leve, é usado pela sociedade civil em sensoriamento remoto, manutenção de linhas de transmissão de energia, controle de plantações, apoio à segurança pública, busca e salvamento, prospecção de áreas de mineração e campos de petróleo, pesquisa e desenvolvimento de sistemas embarcados, transporte, entre outros.

Por serem de pequeno porte e de mesma escala que aeronaves da competição “SAE Brasil Aerodesign” (figura 1.3), as quais o autor possui experiência, UAVs tornam-se atraentes para a aplicação da teoria desenvolvida neste trabalho. Características aerodinâmicas, estruturais, carregamentos, envelope de voo e missão são mais acessíveis no caso de UAVs do que aeronaves comerciais, protegidas por sigilo industrial. Desta forma, embora a aplicação do método proposto possa ser feita em aeronaves comerciais após ajustes de modelos e de características, este trabalho utilizará UAVs como plataforma de estudo.



**Figura 1.3:** Aeronave da competição “SAE Brasil Aerodesign” 2008, projeto Bruto, projetada e construída pela equipe Poliaclive (Poli-USP).

### 1.3 **Objetivos**

O principal objetivo deste trabalho é estudar e propor uma estrutura interna de asa de aeronave tipo UAV otimizada. Esta otimização deve levar em conta os efeitos aeroelásticos da interação do fluido com a estrutura, como por exemplo, através de técnicas

de Dinâmica dos Fluidos Computacional, conhecida em inglês como “Computational Fluid Dynamics (CFD)”, acopladas ao Método dos Elementos Finitos (MEF), que permitam simular a reação da estrutura e do escoamento de forma conjunta.

De maneira a cumprir este objetivo, uma série de outros objetivos devem ser cumpridos. Alternativas para a implementação de análises de CFD e MEF devem ser levantadas, bem como a forma de integração das mesmas de maneira parametrizada e automática, que permitam sua utilização em laços recursivos, culminando com a definição de uma rota tecnológica para análises de problemas envolvendo FSI aplicados à asas de UAVs.

A obtenção da geometria da estrutura interna otimizada deve ser concebida focando em resultados factíveis do ponto de vista da fabricação. Soluções que permitam a construção de tais geometrias sem grandes diferenças para métodos consagrados devem ser priorizadas dado que desenvolvimentos de novos métodos construtivos não estão incluídos no escopo deste trabalho.

Por fim, a definição de melhores práticas para este problema também é um objetivo, permitindo a continuidade deste trabalho sob a forma de novos estudos e de desenvolvimentos de novos produtos com aplicações diretas na sociedade, não somente no ramo de aeronáutica.

## 1.4 Justificativa

Aeronaves UAV estão cada vez mais presentes na indústria e por sua vez, tornando-se estratégicas em diversos ramos da sociedade. A ampliação de suas aplicações depende da melhoria de características como carga paga transportada, redução de consumo de combustível entre outras. A otimização de sua estrutura é um meio que pode ser utilizado para este fim, permitindo a redução do peso vazio da aeronave, consequentemente aumentando a carga transportada e reduzindo o consumo de combustível específico.

Embora a otimização estrutural seja extensamente estudada e desenvolvida, seu acoplamento com os efeitos aeroelásticos ainda é pouco difundido. Até a presente data, em meio acadêmico, poucos pesquisadores no exterior publicaram trabalhos na área, sendo um ramo que permite grande expansão, com o desenvolvimento de novos estudos cada vez mais abrangentes.

Além disso, não somente a indústria aeronáutica possui aplicações diretas para este

estudo. A geração de energia eólica pode ser melhorada por meio de uso de pás otimizadas para a sua aplicação. Máquinas de fluxo presentes em diversos campos do conhecimento, como turbinas a jato, turbinas para geração de energia elétrica entre outros estão entre os campos que podem ser beneficiados. Projetos de cascos de navios, superfícies de sustentação de carros de competição, como Fórmula 1, trens de alta velocidade. Ou seja, de uma forma geral, onde existe a interação de um fluido com uma estrutura, metodologias análogas às apresentadas aqui podem ser estudadas e aplicadas.

## 1.5 Revisão Bibliográfica

A otimização estrutural, em particular a topológica, é um tema que vem sendo abordado por diversos pesquisadores ao redor do mundo. Eschenauer e Olhoff (2001) apresentam um grande resumo do estado atual da Otimização Topológica (OT) de estruturas contínuas. Um exemplo de aplicação no projeto de otimização das nervuras que compõem uma asa é desenvolvido, com as mesmas sendo submetidas a um carregamento aerodinâmico equivalente à recuperação da manobra de mergulho, engastes na região de 15% e 75% da corda representando a junção com as longarinas e também com uma condição de pressão no seu interior devido à pressurização do tanque de combustível.

Cardoso (2000) aborda de forma bastante clara a história e evolução da OT, além de fornecer uma valiosa introdução para o método de otimização. Neste contexto, Sigmund (2001) publicou um material didático onde desenvolveu um código em Matlab de 99 linhas que resolve o problema da OT em um domínio retangular discretizado por elementos finitos quadrados. A solução é feita por Critério de Optimalidade, objetivando a minimização da flexibilidade (inverso da rigidez) utilizando técnicas de filtros para assegurar a existência de soluções factíveis. O mesmo permite ao iniciante no assunto adquirir uma visão ampla de como é feita uma implementação inicial, servindo de plataforma de aprendizado e de teste, devido à fácil modificação do código para diferentes condições de contorno.

A aplicação do método de OT em estruturas aeroelásticas é feita por Maute e Allen (2004), sendo esta publicação uma referência no tema. Nesse trabalho, a topologia da superfície molhada, que é a interface da interação fluido-estrutura não é variada. O escoamento é modelado por equações de Euler não-linear em uma discretização por volumes finitos e a estrutura é analisada por MEF. A metodologia utilizada envolve análises tridimensionais da interação entre o fluido e a estrutura, análises de sensibilidade por

método Adjunto e otimização usando o método do Lagrangiano Sequencial Aumentado. Uma comparação entre o problema de otimização sem a influência aeroelástica é feita, comprovando-se que quando a aeroelasticidade é negligenciada, a otimização pode levar a indesejáveis estruturas com grandes deformações e pior desempenho aerodinâmico, principalmente quanto ao arrasto.

Maute, Nikbay e Farhat (2003) demonstram o método adjunto aplicado à análise de sensibilidade aeroelástica utilizado por Maute e Allen (2004) de forma mais aprofundada, enquanto Maute, Nikbay e Farhat (2001) explicam a metodologia de uma forma mais didática. Neste último, são feitos testes da implementação do software onde os resultados são comparados com uma estrutura de asa ensaiada, a chamada ARW2. A mesma é um esforço da NASA no sentido de facilitar pesquisas na área de aeroelasticidade e flutter, através da compilação de resultados experimentais e disponibilização em domínio público. Por meio de uma geometria e estrutura interna completamente definidas por Sandford et al. (1989) e da instrumentação da mesma, resultados de diversos ensaios de túnel de vento são compilados em Sandford, Seidel e Eckstrom (1994). Desta forma, resultados analíticos e numéricos podem ser comparados com base nos experimentos da ARW2, agilizando o desenvolvimento de novas metodologias de análise e otimização aeroelástica.

Um estudo mais recente e geral, desenvolvido por Barcelos e Maute (2008) avalia o comportamento de estruturas sob escoamentos laminar e turbulento, utilizando códigos de análise de escoamento que resolvem as equações de Navier-Stokes, e não as equações de Euler, simplificações de Navier-Stokes, como era feito em trabalhos anteriores. Testes são feitos com esferas sob diferentes condições de Número de Reynolds e modelos estruturais, e por fim, uma otimização na asa ARW2 é explorada.

Outros trabalhos lidaram com este tema através de otimizações paramétricas. Leoviriyakit, Kim e Jameson (2004) desenvolveram um modelo baseado nas equações de Navier-Stokes e o aplicaram na otimização de variáveis geométricas da área em planta da asa, como envergadura, corda na raiz, corda na ponta e ângulo de “sweep”. De forma a levar em conta o ponto de vista estrutural, foram definidas equações que mensuram o peso da estrutura necessária e o comparam entre diferentes soluções, sem levar em conta a interação do fluido com a estrutura, maximizando objetivos do projeto conceitual, como o alcance.

Nikbay, Fakkusoglu e Kuru (2010) implementam uma MDO acoplando códigos co-

merciais através da interface “Mesh-based Parallel Code Coupling Interface (MPCCI)”, onde o solver CFD utilizado é o Ansys Fluent e o solver MEF é o Abaqus, rodando em ambiente modeFrontier. São definidos objetivos aerodinâmicos e estruturais simultaneamente, como a maximização da razão Sustentação sobre Arrasto (L/D) e minimização da massa da estrutura, mostrando que é possível e viável a utilização de solvers comerciais neste tipo de trabalho.

Neufeld, Behdinan e Chung (2010) utilizam uma metodologia diferente para a otimização de estruturas de asas, do tipo caixa, considerando a FSI. São empregados modelos “surrogates”, que substituem a necessidade de implementar solvers de alto custo computacional como é o caso do CFD dentro do laço de otimização. A ideia é rodar apenas um conjunto de amostras das variáveis de projeto nos solvers de alta fidelidade e por meio destas amostras, construir interpolações que representem o espaço de soluções. Desta forma, estas interpolações podem ser resolvidas rapidamente, com baixo custo computacional, acelerando o processo de otimização. No entanto, este procedimento agrupa incertezas no modelo de otimização, sendo necessárias abordagens que envolvam confiabilidade e incertezas nos valores da otimização, como a “Reliability Based Design Optimization (RBDO)”, de modo a garantir que soluções viáveis sejam obtidas.

A questão da otimização baseada em confiabilidade, RBDO, é coberta em Allen e Maute (2005). Nesse trabalho, a existência de incertezas nas propriedades dos materiais, no projeto e nas condições de operação são levadas em conta nos resultados. O método “First-Order Reliability Method (FORM)” é empregado e a importância da consideração das incertezas é enfatizada, servindo como uma primeira etapa dentro da otimização aeroelástica probabilística acoplada a modelos de alta fidelidade.

Do ponto de vista da análise do escoamento e técnicas de CFD, Resende (2004) demonstra as técnicas de análise aerodinâmica utilizadas ao longo dos projetos da EM-BRAER. Referências quanto a necessidade de soluções de compromisso, aplicação de otimização, métodos de validação, entre outros são discutidos e apresentados. No campo de CFD especificamente, a otimização aerodinâmica é extensamente abordada na literatura. Um dos estudos que exploram a otimização de perfis é o desenvolvido por Ceze (2008) sendo interessante para trabalhos futuros pois sua metodologia é de implementação possível dentro de um laço de otimização de FSI, aliando otimizações aerodinâmicas de forma e estruturais dentro do conceito de MDO.

Como referência para outras aplicações destas metodologias de otimização envolvendo FSI, Maute e Reich (2006) apresentam um método de OT para o projeto de asas adaptáveis. Estes tipos de asas visam modificar o formato das mesmas durante o voo, permitindo que uma mesma aeronave possa cumprir diferentes requisitos, aumentando o seu envelope de voo. Neste trabalho, o objetivo é encontrar uma solução otimizada para a geometria do mecanismo, posicionamento e número de atuadores e pivôs, dentro de uma análise acoplada de FSI. Neste mesmo sentido, Anusonti-Inthra et al. (2005) desenvolvem uma metodologia para determinar a distribuição ótima de materiais piezoelétricos na retaguarda da longarina de uma seção de aerofólio de um rotor de helicóptero. Por meio destes materiais piezoelétricos, o bordo de fuga do perfil pode ser deformado, introduzindo ângulos de até 4 graus, equivalendo a uma atuação de flaps convencionais, por exemplo.

## 2 FORMULAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 Dinâmica dos Fluidos Computacional

A Dinâmica dos Fluidos Computacional, popularmente conhecida como CFD é um ramo da Mecânica dos Fluidos que se propõe a analisar e resolver problemas envolvendo fluidos com o auxílio de algoritmos e métodos numéricos. No patamar atual de tecnologia podem ser analisados diversos tipos de problemas, como escoamentos ao redor de corpos tridimensionais, mistura de substâncias, transferência de calor, geração e desprendimento de vórtices, turbulência, entre outros. Versteeg e Malalasekera (2007) contém um texto em nível intermediário sobre CFD no qual são abordadas boa parte das considerações de uma simulação deste tipo, fornecendo uma base teórica para a utilização de plataformas comerciais. Nas seções seguintes será apresentada uma parte da teoria envolvida e sua aplicação em um software comercial.

#### 2.1.1 Análise Diferencial de Escoamentos

Para melhor compreensão é necessário ressaltar que todas equações apresentadas estão na forma conservativa, isto é, foram obtidas por meio da dedução sobre um volume de controle fixo no espaço, com o fluido passando por ele. No caso não-conservativo, a dedução ocorre em um volume de controle que se move juntamente com o fluido. No entanto, ambas formas são completamente equivalentes, sendo escolhida a conservativa por uma conveniência na implementação de códigos CFD. O autor recomenda a leitura de Anderson (1995), onde são abordadas de forma didática todas as passagens para obtenção das equações aqui resumidas, o que fugiria do escopo deste trabalho.

São três os princípios físicos que regem o movimento dos fluidos: conservação da massa, segunda lei de Newton e conservação da energia. Surgem a partir destes princípios, as cinco equações que permitem o cálculo de características de diversos tipos de escoamento: a equação da continuidade, as três equações de conservação do momento linear e a equação da energia (nomenclatura usual da literatura de CFD).

A dedução da equação da continuidade baseia-se no princípio de que o fluxo líquido

de massa que sai do volume de controle através das superfícies é igual à variação no tempo da redução de massa dentro do volume de controle. A equação 2.1 apresenta a forma conservativa e diferencial da continuidade. A mesma é dita diferencial pois foi obtida indiretamente a partir da forma integral (equação 2.2). No entanto, ambas são equivalentes a menos de uma sutileza quanto à exigência de continuidade da função no caso da equação diferencial. No caso integral esta exigência não precisa ser satisfeita, permitindo o cálculo de escoamentos que apresentam descontinuidades, como é o caso de ondas de choque. Como este tipo de escoamento está distante do escopo do trabalho, serão adotadas sempre as formas diferenciais e não integrais das equações. Assumindo a hipótese de escoamento incompressível, válida no caso de UAVs onde as velocidades são muito baixas (Número Mach,  $M \ll 0,3$ ), a equação tem o seu primeiro termo zerado, resultando que o divergente do vetor velocidade é nulo.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \rho dV + \iint_S \rho \vec{V} \cdot \vec{dS} = 0 \quad (2.2)$$

Onde  $V$  representa o volume de controle,  $S$  a superfície de controle e,

$$\vec{V} = u \vec{i} + v \vec{j} + w \vec{k} \quad (2.3)$$

O operador ( $\nabla$ ) é o divergente, descrito na equação 2.4:

$$\nabla \equiv \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z} \quad (2.4)$$

O princípio da conservação do momento linear (Segunda Lei de Newton) fornece equações para cada um dos eixos do plano cartesiano através do equilíbrio entre as forças atuando em um volume de controle. As fontes destas forças podem ser de dois tipos: forças de corpo (atuam diretamente na massa do elemento fluido, como gravitacionais, elétricas e etc) e forças de superfície (atuam diretamente na superfície do elemento, devido a distribuição de pressão atuante ou pelas tensões normais e de cisalhamento viscosas impostas pelo meio devido ao atrito). Novamente, Anderson (1995) apresenta uma longa

explicação sobre suas deduções, que geram as equações resumidas de 2.5 à 2.7.

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u \vec{V}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \rho f_x \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v \vec{V}) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \rho f_y \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho w \vec{V}) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \rho f_z \quad (2.7)$$

O ar atmosférico é um fluido Newtoniano, ou seja, existe uma relação linear entre a tensão de cisalhamento e a taxa temporal de deformação. Desta forma, pode-se obter relações entre as tensões normais ( $\tau_{xx}, \tau_{yy}, \tau_{zz}$ ) e a viscosidade dinâmica ( $\mu$ ) do fluido, assim como entre as tensões de cisalhamento ( $\tau_{xy}, \tau_{yx}, \tau_{yz}, \tau_{zy}, \tau_{zx}, \tau_{xz}$ ) e  $\mu$ . Aplicando a hipótese de Stokes de 1845 para fluidos Newtonianos,  $\lambda = -2/3\mu$ , obtém-se as conhecidas equações de Navier-Stokes, resumidas abaixo:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho u w)}{\partial z} = & -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \left( \lambda \nabla \cdot \vec{V} + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right)}{\partial x} + \\ & + \frac{\partial \left[ \mu \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right]}{\partial y} + \frac{\partial \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right]}{\partial z} + \rho f_x \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u v)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v^2)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v w)}{\partial z} = & -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \left[ \mu \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right]}{\partial x} + \\ & + \frac{\partial \left( \lambda \nabla \cdot \vec{V} + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right)}{\partial y} + \frac{\partial \left[ \mu \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right]}{\partial z} + \rho f_y \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u w)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v w)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w^2)}{\partial z} = & -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right]}{\partial x} + \\ & + \frac{\partial \left[ \mu \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right]}{\partial y} + \frac{\partial \left( \lambda \nabla \cdot \vec{V} + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} \right)}{\partial z} + \rho f_z \end{aligned} \quad (2.10)$$

O terceiro e último princípio é a conservação de energia. A dedução é baseada na primeira lei da termodinâmica aplicada em um volume de controle que se move com o fluido, onde a taxa de variação da energia dentro do elemento fluido equivale à soma do fluxo líquido de calor entrando no elemento e da taxa de trabalho realizado pelo elemento devido às forças de corpo e superfície. A equação resultante é a 2.11.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial t} \left[ \rho \left( e + \frac{V^2}{2} \right) \right] + \nabla \cdot \left[ \rho \left( e + \frac{V^2}{2} \right) \vec{V} \right] = \rho \dot{q} + \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \\
 \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) - \frac{\partial (up)}{\partial x} - \frac{\partial (vp)}{\partial y} - \frac{\partial (wp)}{\partial z} + \frac{\partial (u\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial (u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial (u\tau_{zx})}{\partial z} + \frac{\partial (v\tau_{xy})}{\partial x} + \\
 + \frac{\partial (v\tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial (v\tau_{zy})}{\partial z} + \frac{\partial (w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial (w\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial (w\tau_{zz})}{\partial z} + \rho \vec{f} \cdot \vec{V}
 \end{aligned} \tag{2.11}$$

### 2.1.2 Resolução das Equações

Para a obtenção da solução destas equações do escoamento são necessários métodos de discretização, ou seja, maneiras de “converter”, aproximar, as derivadas parciais e integrais para números propriamente ditos. Esta discretização varia em função dos tipos de equações envolvidas. Por exemplo, caso estejam na forma diferencial é utilizado o chamado diferenças finitas, caso estejam na forma integral, o método é o de volumes finitos. Embora nada impeça a utilização do MEF, o mesmo não é utilizado na prática pelos grandes solvers de CFD.

O Método das Diferenças Finitas (MDF) descreve as variáveis do escoamento por meio de pontos nos nós da malha, aproximando as derivadas por meio de diferenças finitas, através do truncamento das expansões em Séries de Taylor nos pontos e nos nós vizinhos. Desta forma, as derivadas que aparecem nas equações são substituídas por equações algébricas em cada ponto da malha. Uma das vantagens é a implementação simples, no entanto, a mesma é única para cada tipo de equação diferencial a ser resolvida.

Considerado uma variação do MDF, o Método dos Volumes Finitos (MVF) é o mais utilizado atualmente, principalmente pelos solvers comerciais. A sua aplicação na discretização das equações 2.1 e 2.8 à 2.11 é extensamente descrita em Versteeg e Malalasekera

(2007).

## 2.2 Método dos Elementos Finitos

Para a avaliação de comportamento estrutural foi empregado o MEF como ferramenta de análise. Este tipo de ferramenta permite que estruturas que seriam inviáveis de serem submetidas a rotinas de cálculos analíticos sejam resolvidas numericamente. A solução de um problema deste tipo consiste na resolução de um sistema linear de forma apresentada na equação 2.12.

$$\{F\} = [K]\{\delta\} \quad (2.12)$$

De forma simplificada, a partir de um vetor de carregamentos  $\{F\}$  e de uma matriz de rigidez de elemento  $[K]$  o sistema é resolvido, obtendo-se o vetor de deslocamentos  $\{\delta\}$ . A matriz  $[K]$  carrega informações do modelo, possuindo formulações diferentes para o caso de vigas, treliças, casca, entre outros. Na solução de sistemas formados por diversos elementos, é necessária a criação de uma matriz global de rigidez pela simples superposição das matrizes de elemento “individuais”. Mais informações acerca do método e aplicações em sistemas de estruturas aeronáuticas podem ser encontrados em Megson (2007).

No caso dos elementos utilizados neste trabalho, como explorado na seção 4.2.2 e descrito em ANSYS (2009b), suas principais aplicações são para modelos que envolvam pequenas deformações, caso em que se aplica o modelo de estrutura deste trabalho. Sua formulação é baseada no princípio dos trabalhos virtuais, cuja dedução é apresentada em ANSYS (2009b).

As condições de contorno aplicáveis variam de caso a caso, mas na maioria das simulações apresentadas neste trabalho foi suposto o engaste em toda a área do perfil da raiz da asa, ou então da região de fixação e transferência de esforços da asa para o restante da estrutura da aeronave. Além disso, carregamentos na forma de forças aplicadas em nós determinados, cujos vetores e ponto de aplicação são determinados pelo código de interpolação e mapeamento de carregamentos da interface FSI, seção 4.2.3.

### 3 OTIMIZAÇÃO

Segundo Haftka e Gürdal (1991), a otimização se interessa por obter a melhor resposta de uma dada operação enquanto satisfaz certas restrições. A sua motivação é explorar os recursos limitados de modo a maximizar a saída de interesse. Por ser de cunho geral, torna-se necessário definir uma série de aspectos referentes ao problema que deseja-se otimizar, pertencentes à chamada formulação do problema de otimização.

Para definir a formulação do problema é necessário que se explicitem as variáveis de projeto, as restrições e a função objetivo. Como em Silva (2010), variáveis de projeto podem ser entendidas como os parâmetros do problema que são alterados de modo a otimizar o sistema, sendo classificadas em contínuas ou discretas, em função da maneira como um valor pode ser selecionado dentro do intervalo admissível.

As restrições caracterizam-se por definir as limitações impostas para se obter a solução otimizada, de maneira a delimitar um domínio viável dentro do universo de soluções. Dividem-se em restrições laterais (3.1), de inequidade (3.2) ou igualdade (3.3).

$$x_{\min_i} \leq x_i \leq x_{\max_i} \quad i = 1, \dots, n \quad (3.1)$$

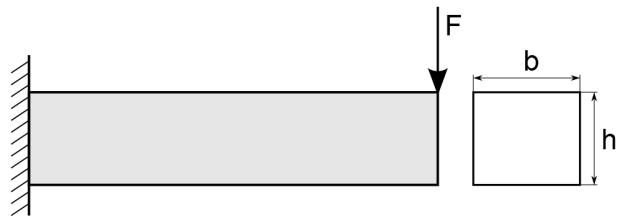
$$g_j(x) \geq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (3.2)$$

$$h_k(x) = 0 \quad k = 1, \dots, n \quad (3.3)$$

Por fim, a função objetivo trata da quantificação do que se deseja otimizar, relacionada com a medida de mérito do sistema, sendo uma função das variáveis de projeto. Pode ser classificada em simples ou multiobjetivo, sendo a última utilizada quando deseja-se otimizar vários objetivos de uma vez, por meio de uma ponderação. No caso destes objetivos serem conflitantes não é possível identificar uma única solução ótima, e sim, um conjunto de soluções denominado Ótimo-Pareto. A decisão de qual resultado será considerado dependerá do projetista e poderá se basear em outros critérios de escolha.

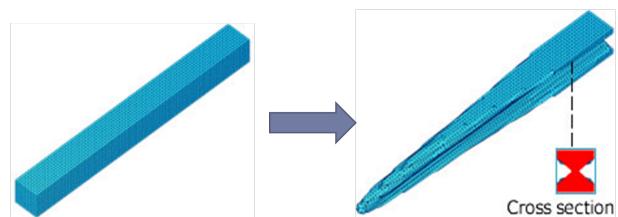
### 3.1 Métodos de Otimização

Atualmente existem três principais métodos de abordagem do problema de otimização: paramétrica, de forma e topológica. Na otimização paramétrica, parte-se de uma topologia de estrutura fixa onde certas medidas são parametrizadas, isto é, suas medidas podem variar livremente dentro de um intervalo. Cada conjunto de variáveis define uma estrutura e por meio de algoritmos de otimização, este conjunto de variáveis é escolhido de maneira a minimizar ou maximizar uma função objetivo, atendendo a um conjunto de restrições. Na figura 3.1 um exemplo clássico é exibido onde deseja-se encontrar as dimensões ótimas de  $b$  e  $h$  que minimizem por exemplo, o deslocamento vertical na ponta da viga em balanço sujeita a uma carga  $F$  na ponta.



**Figura 3.1:** Exemplo clássico de otimização paramétrica.

A otimização de forma trabalha com os parâmetros que descrevem a forma de uma geometria, que podem ser, por exemplo, funções que interpolam o perfil aerodinâmico de uma asa. Geralmente utilizam-se funções base que tem os seus coeficientes modificados pelo otimizador. Embora a rigor fosse possível otimizar o contorno de uma geometria por meio de uma otimização paramétrica (as coordenadas dos pontos são variáveis), tal procedimento torna-se extremamente custoso, favorecendo a utilização de otimizações de forma por meio de funções interpoladoras.

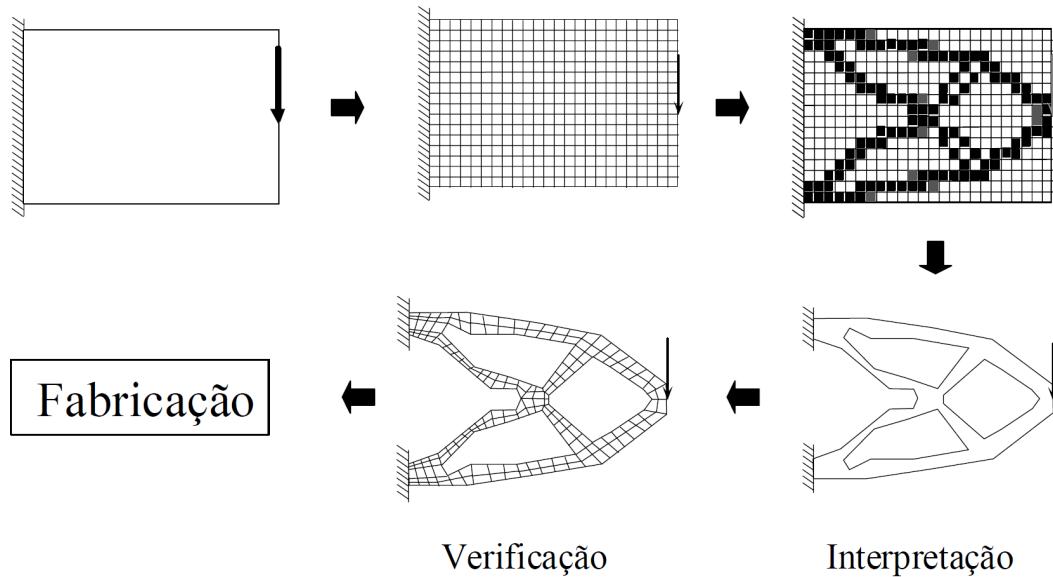


**Figura 3.2:** Exemplo de otimização de forma.

A OT tem como objetivo encontrar uma topologia que atenda a um critério, como por exemplo, máxima rigidez utilizando o menor volume de material possível. Ao

contrário dos dois últimos métodos de otimização apresentados, a topológica não presume a existência de uma distribuição de material fixa. A partir de um domínio fixo estendido, ou seja, um domínio de forma fixa limitado pelos pontos de apoio da estrutura e de aplicação de carregamento o qual conterá a estrutura desejada, os limites físicos de extensão da estrutura são definidos.

Este domínio fixo estendido é discretizado em elementos finitos e então, a partir de um modelo de material adequado, métodos de obtenção dos gradientes da função objetivo, algoritmos de otimização e filtros, uma solução otimizada é gerada. No entanto, a saída da OT geralmente não deve ser utilizada diretamente. Ela pode conter contornos que não são passíveis de fabricação, regiões com materiais intermediários, entre outros fenômenos. Desta forma, é necessário que seja feita uma etapa de interpretação da topologia obtida. Por fim, uma nova análise é feita sobre a topologia interpretada com o objetivo de verificar se as modificações impostas pela fase de interpretação não comprometeram de forma significativa o desempenho da estrutura. Vale ressaltar que o resultado de OT é bastante eficaz como gerador de soluções iniciais de projeto. Outros métodos de otimização, experiência do projetista, restrições de fabricação, custos, devem ser levados em conta, não existindo uma solução “perfeita” do ponto de vista de todos os aspectos de projeto.



**Figura 3.3:** Etapas de projeto por OT (SILVA, 2010).

Silva (2010) apresenta uma introdução sobre o método de OT, com os principais conceitos teóricos e aspectos práticos. Bendsøe e Sigmund (2003) contém uma aborda-

gem de todo o processo de OT, desde a sua formulação e implementação, passando por exemplos de aplicação.

Neste trabalho, o problema de otimização estrutural da asa de uma aeronave UAV foi atacado em duas etapas. Inicialmente, de modo a agregar experiência com o laço de análise FSI e atestar seu funcionamento, desenvolveu-se uma metodologia de otimização paramétrica baseada em uma topologia de estrutura fixa. Em seguida, com o objetivo de obter um conceito de topologia ótima, implementou-se a OT.

Em um ciclo de desenvolvimento de produto, esta ordem geralmente é invertida. Inicialmente busca-se a definição de um conceito de estrutura otimizada, por meio da OT sobre um domínio estendido. Em seguida, sobre aquela topologia obtida aplica-se uma otimização paramétrica, responsável por gerar um ajuste fino das dimensões da estrutura. Embora a ordem de aplicação das otimizações não tenha sido esta comumente utilizada, as metodologias apresentadas não perdem sua aplicabilidade pois suas implementações foram as mais genéricas possíveis, assumindo uma inversão da ordem de aplicação.

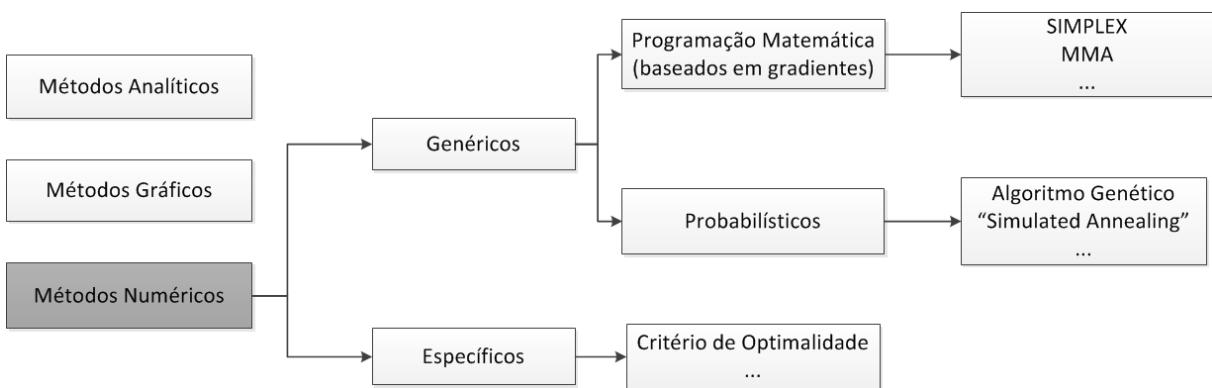
## 3.2 Algoritmos de Otimização

Após a definição da abordagem adequada, a solução de problemas de otimização pode ser feita basicamente por um dos três métodos descritos a seguir:

- **Métodos analíticos:** embora de aplicação restrita são úteis para analisar problemas simples e validar métodos numéricos. Envolve o uso de cálculo diferencial e variacional e tem interesse principalmente acadêmico.
- **Métodos numéricos:** seu uso é amplo, permitindo a solução de problemas de otimização por computador. Utilizam a avaliação da função objetivo e das restrições seguindo uma metodologia particular que descreve o método.
- **Métodos gráficos:** de interesse principalmente didático, resolve a otimização por meio de gráficos da função objetivo, domínio viável e restrições.

Os métodos numéricos mostram-se mais adequados para este trabalho por serem de implementação possível em computador, menos dependentes da situação específica e permitirem a sua utilização em problemas com várias físicas envolvidas, como é o caso do FSI onde uma abordagem analítica seria inviável.

Estes métodos numéricos podem ser divididos em específicos ou genéricos, dependendo da gama de possibilidade de aplicação. Os específicos tem base empírica exigindo uma formulação única para cada problema de otimização que deseja-se resolver, como é o caso do Critério de Optimalidade, comumente utilizado para OT estrutural. Os genéricos possuem uma flexibilidade maior sendo aplicáveis a problemas não somente estruturais, subdividindo-se em duas categorias: programação matemática e probabilísticos. A figura 3.4 apresenta um resumo das classificações de algoritmos de otimização descritos.



**Figura 3.4:** “Hierarquia” dos algoritmos de otimização.

Os algoritmos de programação matemática basicamente partem de um ponto inicial e utilizam a informação do valor da função objetivo e dos gradientes desta função para definirem os próximos passos a serem tomados na busca da minimização ou maximização da função objetivo. Os métodos diferem entre si devido pela forma como os próximos passos são escolhidos, possibilidade de atender ou não a problemas com restrição, lineares ou não.

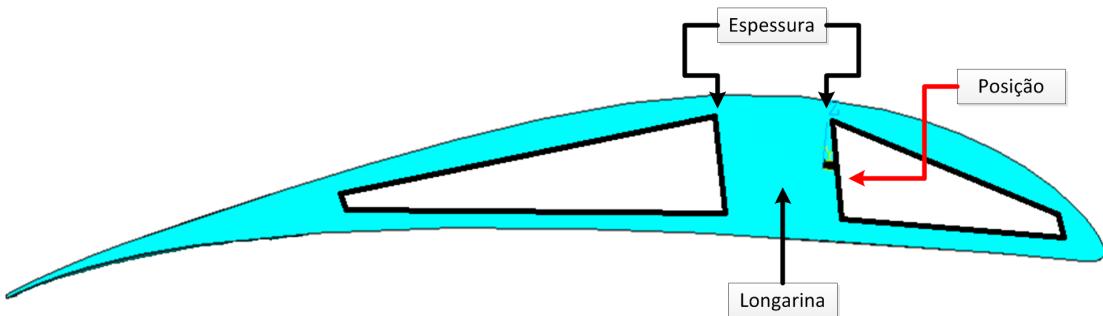
Enquanto isto, os algoritmos probabilísticos em sua maioria não precisam da informação dos gradientes para decidir qual é o próximo passo da otimização. Eles se baseiam em uma busca aleatória no espaço de solução, geralmente com algum recurso que permita realizar esta busca de maneira mais eficiente, como é o caso do Algoritmo Genético, imitando a evolução natural das espécies. O objetivo principal é fugir de mínimos locais comumente apresentados pelos algoritmos de programação matemática. No entanto, não é garantido que os algoritmos probabilísticos sempre encontrarão o mínimo global, principalmente devido ao fato de que o custo computacional cresce muito com o aumento do número de variáveis de projeto. Em situações onde o número de variáveis é grande (maior do que 50) este tipo de algoritmo pode não ser interessante,

como discutido em Sigmund (2011).

### 3.3 Caso A: Otimização Paramétrica

No primeiro caso de otimização analisado, a ideia é adquirir experiência com o laço de análise FSI e atestar seu funcionamento adequado. Desta maneira, foi utilizado o método de otimização paramétrica para desenvolver uma metodologia de otimização em uma topologia estrutural definida. A topologia escolhida foi baseada em uma longarina principal posicionada em torno da posição de um quarto da corda aerodinâmica, formato comumente utilizado em aeronaves do tipo ROV e UAV.

As variáveis de projeto foram baseadas na espessura da longarina,  $t$ , e na posição da mesma em relação à corda do perfil aerodinâmico,  $d$ . Ambas variáveis são do tipo discreto, cujos valores refletem número de pontos do perfil e admitem incrementos ou decrementos unitários. Ou seja, uma espessura de valor 5 equivale a 5 pontos seguidos da curva do perfil representando a longarina e uma posição de valor 6 indica que a longarina começa a 6 pontos da curva do perfil, contando a partir do bordo de ataque do mesmo.



**Figura 3.5:** Descrição visual das variáveis de projeto.

Como restrição adotou-se o máximo deslocamento da ponta da asa no eixo Z (direção vertical), de forma a restringir os resultados a um deslocamento máximo, dado que não são interessantes deformações muito grandes em virtude da validade dos modelos estrutural e de CFD.

A função objetivo escolhida foi a maximização da relação entre a força de sustentação,  $L$ , e força de arrasto,  $D$ , de modo a englobar parâmetros de desempenho aerodinâmico. Caracteriza-se portanto uma MDO, pois mais de um tipo de física está

envolvida na otimização, no caso, aerodinâmica e estrutural. Assim, tem-se a seguinte formulação para o problema de otimização:

$$\begin{aligned}
 & \text{Maximizar : } L/D \\
 & t, d \\
 & \text{tal que : } u_{z_{ponta}} \leq u_{z_{max}}
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

O algoritmo de otimização utilizado foi o MOGA-II, Algoritmo Genético, implementado no software ModeFrontier (seção 4.4). Este algoritmo pertence à categoria dos algoritmos numéricos, genéricos e probabilísticos, utilizando mecanismos da genética e evolução das espécies para a otimização. A partir de uma população inicial fixa (conjunto com possíveis indivíduos candidatos a ótimo), os parâmetros dos indivíduos vão sendo alterados por meio de mutações (alterações aleatórias de parâmetros particulares), “crossing-overs” (parâmetros são trocados entre dois indivíduos), entre outros, dependente da implementação do algoritmo.

A cada geração os melhores indivíduos são conservados, os piores descartados ou mantidos (depende da implementação) e os restantes alterados segundo os mecanismos descritos anteriormente, representando uma seleção natural que vai conservando os melhores indivíduos. Ao final do número de gerações estipulado, os resultados podem ser avaliados em termos da função objetivo ou da fronteira de Pareto. Esta representação, onde diferentes indivíduos com diferentes parâmetros e valores de desempenho semelhantes são plotados, permite ao projetista, por exemplo, ter uma visão geral de como o problema com objetivos conflitantes se comporta, facilitando a tomada de decisão.

### 3.4 Caso B: Otimização Topológica Sem FSI

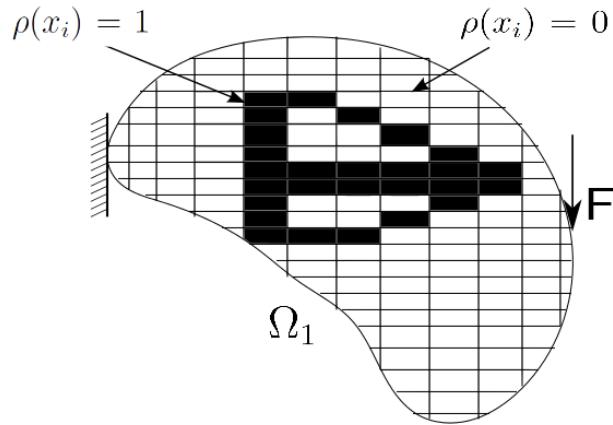
Neste segundo caso de otimização analisado, o objetivo é implementar o código de OT sem considerar o laço FSI, ou seja, as cargas de pressão no intradorso e no extradorso da asa são mantidas fixas durante as iterações do algoritmo. Esta abordagem permite testar o funcionamento do código de otimização antes da adição do custo computacional referente ao laço de análise FSI, porém considerando o efeito do carregamento de pressão originado do escoamento, obtido por CFD.

A OT adotou o modelo de material “Solid Isotropic Material with Penalization (SIMP)”, descrita em Bendsøe e Sigmund (2003). Este modelo de material assume que

as propriedades do material base da estrutura ( $E^0$ ) são constantes em cada elemento da malha. A variável de projeto torna-se então o vetor de densidades de material dentro de cada elemento, as chamadas pseudo-densidades ( $\mathbf{x}$ ) em virtude de não representarem fisicamente a variação de densidade do elemento. Conjuntos de elementos que possuem pseudo-densidade nula,  $\rho(x_i) = 0$ , equivalem a regiões vazias, sem material, em contraposição a elementos com pseudo-densidade unitária,  $\rho(x_i) = 1$ , que representam regiões com material.

$$E(\mathbf{x}) = \rho(\mathbf{x})^p E^0 \quad , \quad p > 1 \quad (3.5)$$

$$\int_{\Omega_1} \rho(\mathbf{x}) d\Omega_1 \leq V \quad , \quad 0 \leq \rho(\mathbf{x}) \leq 1 \quad , \quad \mathbf{x} \in \Omega_1 \quad (3.6)$$



**Figura 3.6:** Representação esquemática do domínio de otimização  $\Omega_1$ , pseudo-densidades  $\rho(x_i)$ , condições de contorno e carregamentos.

De modo a forçar uma convergência dos valores de  $x_i$  para 0 ou 1, o modelo SIMP aplica uma potência,  $p$ , sobre o valor da pseudo-densidade do elemento. Para materiais com coeficiente de Poisson de  $1/3$ ,  $p$  deve assumir valores iguais ou maiores que 3.

Para este caso, foi utilizada a função objetivo clássica de problemas de OT estrutural, a minimização da flexibilidade média (“mean compliance”), inverso da rigidez, dada pela equação 3.7. A formulação do problema de OT assume então a forma da equação

3.8.

$$c(\mathbf{x}) = \mathbf{U}^T \mathbf{K} \mathbf{U} = \sum_{i=1}^N (x_i)^p \mathbf{u}_i^T \mathbf{k}_0 \mathbf{u}_i \quad (3.7)$$

Minimizar :  $c(\mathbf{x})$

$\mathbf{x}$

tal que :  $V(\mathbf{x})/V_0 = f$  (3.8)

$\mathbf{K} \mathbf{U} = \mathbf{F}$

$0 < x_{min} \leq x \leq 1$

A primeira das três restrições da equação 3.8 corresponde à restrição de fração de volume de material,  $f$ , onde o volume da estrutura otimizada deve ser no máximo igual à uma fração  $f$  do volume inicial  $V_0$ . A segunda restrição refere-se à formulação do MEF e a última, à exigência de que o vetor  $\mathbf{x}$  deve ser diferente de zero para evitar problemas numéricos durante a otimização.

O algoritmo de otimização escolhido foi o Critério de Optimalidade, pertencente à categoria dos numéricos e específicos. Este algoritmo é consagrado na literatura de OT, principalmente em problemas do tipo minimização da flexibilidade. Os detalhes deste método bem como sua implementação constam na seção 4.5 deste trabalho.

### 3.5 Caso C: Otimização Topológica Com FSI

Para o último caso analisado, foi adotada a mesma formulação do problema do caso B (seção 3.4), com uma alteração na origem dos carregamentos  $\mathbf{F}$ , e outra no domínio otimizável. Neste caso, os carregamentos provém do laço de análise FSI, sendo uma função dos deslocamentos sofridos pela estrutura na iteração de otimização anterior, ao contrário do carregamento fixo e constante ao longo das iterações como no caso B.

Desta maneira, ao longo das iterações da otimização os carregamentos atuantes na asa são atualizados conforme as mudanças que a estrutura deformada aplica no escoamento. Como os valores de pressão no intradorso, extradorso, forças de sustentação, arrasto e deslocamentos da ponta da asa são calculados, os mesmos podem ser utilizados

para formulações multiobjetivo, desde que conhecidas as sensibilidades.

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimizar : } c(\boldsymbol{x}) \\
 & \boldsymbol{x} \\
 & \text{tal que : } V(\boldsymbol{x})/V_0 = f \\
 & \boldsymbol{KU} = \boldsymbol{F}_{FSI} \\
 & \boldsymbol{0} < \boldsymbol{x}_{min} \leq \boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{1}
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

O domínio otimizável também foi alterado em relação ao caso B devido a requisitos da análise FSI. Caso os elementos estruturais na interface com a superfície aerodinâmica da asa tenham rigidez “nula”, os deslocamentos calculados e repassados para a atualização da malha CFD naquela região podem ser muito elevados localmente. Assim, o problema de “esmagamento” da malha CFD pode ocorrer na região dos primeiros elementos. Para contornar este problema, um domínio onde não é possível haver remoção de material foi definido ao redor da malha estrutural, formada por elementos do tipo casca. Assim, os deslocamentos são melhores distribuídos, minimizando este comportamento local. Detalhes sobre esta implementação constam na seção 4.6.

## 4 IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA

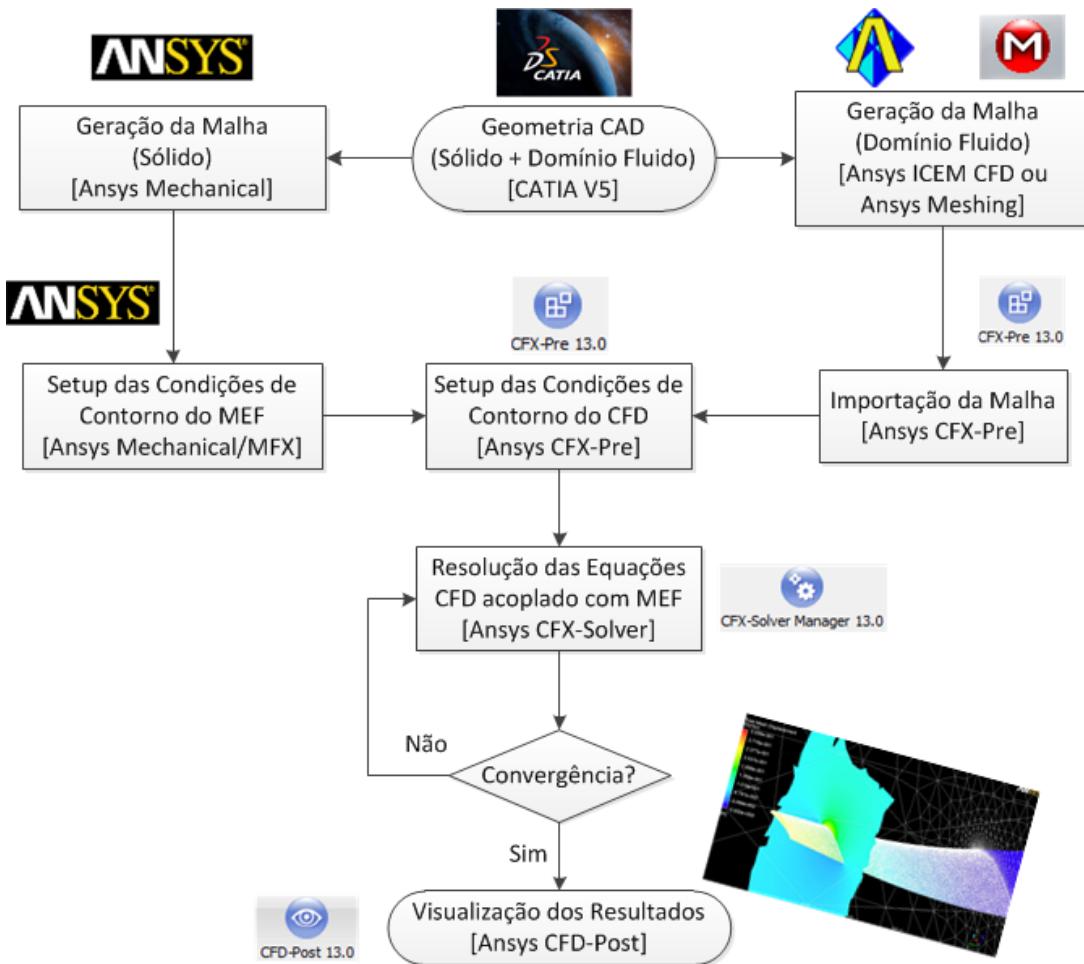
### 4.1 Definição da Rota Tecnológica

De modo a definir uma metodologia para a abordagem da análise FSI foi feito um estudo dos métodos empregados pelos autores citados na revisão bibliográfica (seção 1.5). Conclui-se que o método que apresenta os melhores resultados de desempenho é o utilizado por Maute e Allen (2004), Maute, Nikbay e Farhat (2001) e Maute, Nikbay e Farhat (2003), onde um solver próprio de CFD e MEF é usado para análise. As grandes vantagens são o baixo custo computacional da análise acoplada, o controle sobre o modelo envolvido e das nuances envolvidas no acoplamento entre os domínios fluido e sólido. No entanto, além da grande complexidade de implementação do código, o desenvolvimento destes solvers exige um tempo relativamente grande, fora dos limites adotados para este trabalho.

Desta maneira, foram empregados códigos comerciais existentes e consagrados, com a vantagem de oferecerem soluções mais confiáveis e validadas do que códigos desenvolvidos individualmente, além de exigirem uma curva de tempo de aprendizado menor do que a necessária para implementação própria. Com base em experiências anteriores do autor e do orientador, o ambiente ANSYS de simulação se apresentou como uma solução vantajosa, tanto para CFD quanto para o MEF. Licenças para uso e grande quantidade de material de documentação estão disponíveis, além de ser extensamente utilizado e validado, tanto na indústria quanto academicamente, sendo continuamente desenvolvido.

Para a análise CFD, o solver utilizado é o Ansys CFX com a geração da malha de volumes finitos por meio do Ansys ICEM CFD ou pelo módulo do Ansys ICEM acoplado dentro do Ansys Workbench, sob o nome de Ansys Meshing. Para a automatização do processo utilizou-se a linguagem “CFX Command Language (CCL)” do Ansys CFX e os “replay scripts” do Ansys ICEM CFD. Do lado estrutural, o gerador de malha e também solver empregado é o Ansys Mechanical, utilizando sua linguagem de programação, o “Ansys Parametric Design Language (APDL)”. O acoplamento para análise FSI foi feito por meio do Ansys Mechanical, utilizando os recursos “ANSYS Multi-field Solver - Multiple Code Coupling (MFX)”. Todos os softwares são pertencentes ao pacote Ansys 13.

Mais detalhes da implementação e comunicação entre as partes serão mostradas nas seções seguintes. A figura 4.1 exibe uma visão geral do processo.



**Figura 4.1:** Resumo do processo implementado para uma análise FSI, com os programas utilizados e suas relações.

Todas simulações apresentadas neste trabalho foram executadas em uma máquina desktop com processador Intel Core i7 950 (4 núcleos, 8 “threads”) e 12 GB de memória RAM, com sistema operacional Windows 7 Professional de 64 bits, sendo que os tempos de execução apresentados serão todos tomados em relação à esta máquina.

## 4.2 Automatização da Análise FSI

Para ser inserido dentro de um laço de otimização, o laço de análise FSI precisa ser automatizado de forma a ser controlado completamente pelo código da otimização, sem interações com o usuário. Neste sentido, as seções 4.2.1 à 4.3 apresentam a metodologia desenvolvida para esta automatização.

### 4.2.1 Parte CFD

Para familiarização com os softwares utilizados e testes da automatização, foi implementado o problema de escoamento externo do ar ao redor de uma asa próxima à escala de uma aeronave UAV real. A escolha de seus parâmetros foi feita com base na aeronave da equipe Poliaclive da competição SAE Brasil Aerodesign de 2008 (Projeto Bruto), à qual o autor participou do projeto. Ao utilizar esta geometria como base para os testes, uma vantagem é o nível de conhecimento de suas características aerodinâmicas, dado que este modelo foi submetido à cálculos analíticos e validações tanto em simulações CFD quanto em ensaios de túnel de vento do Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo (IPT), realizados em julho de 2008, cujos dados encontram-se disponíveis. Alguns dados geométricos e aerodinâmicos da mesma encontram-se na seção 5, tabela 5.1 e figura 5.1.

Dada a geometria da superfície molhada que é fixa para cada análise neste trabalho, obtida via “Computer-Aided Design (CAD)” em ambiente CATIA V5R18, a mesma é importada para o gerador de malhas. Esta geometria é formada pelo domínio onde haverá escoamento de fluido que é uma subtração entre o domínio externo e a geometria da asa propriamente dita. Foi escolhido um domínio externo na forma de paralelepípedo com dimensões de 7 comprimentos de corda da raiz da asa em cada direção, a contar a partir do centro aerodinâmico da asa (localizado à 25% do comprimento da corda, a partir do bordo de ataque). A geometria resultante consta em detalhes no Apêndice A, figuras A.2 e A.3. É importante ressaltar que o autor obteve melhores resultados quanto a velocidade da convergência quando foi empregada uma geometria onde o bordo de fuga não é considerado uma linha, e sim como uma área resultante de um corte no plano vertical do bordo fuga a cerca de 2 mm do último ponto do perfil. Além de representar melhor a geometria real, pois sempre o bordo de fuga possuirá uma certa espessura, facilita a organização dos elementos da malha nesta região, o que resulta em uma malha de melhor qualidade e convergência.

O gerador de malhas, como ressaltado anteriormente, pode ser o Ansys ICEM CFD ou o Ansys Meshing. O Ansys ICEM permite a geração automática de malhas tetraédricas, como também a semi-automática de malhas hexaédricas, tetraédricas ou combinações entre as duas últimas. Isto é feito pela gravação de macros, que podem ser comandadas via processos batch para reproduzir os comandos do usuário gravados ante-

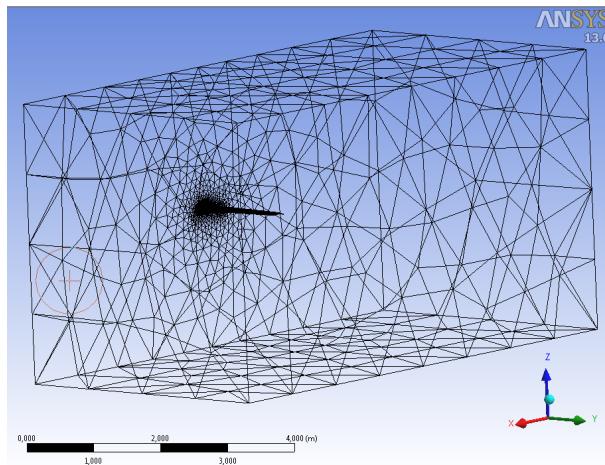
riormente. Deste modo, uma metodologia possível é importar os pontos que descrevem o perfil aerodinâmico a partir de um arquivo texto, criar curvas que passam por estes pontos, gerando a geometria desejada. A partir desta geometria, parâmetros da malha podem ser ajustados de forma paramétrica, viabilizando a alteração do perfil aerodinâmico e de outras características, sem afetar de forma significativa o número de elementos e a forma da malha, sendo útil para análises de sensibilidade dos resultados com a geometria ou com a malha empregada. Foram desenvolvidos macros deste tipo tanto para geometrias 2D quanto 3D.

Por sua vez, o Ansys Meshing permite uma geração de malha mais rápida, porém de qualidade inferior à obtida pelo Ansys ICEM. Foi feita uma ponderação entre a qualidade da malha e a velocidade de geração e optou-se pelo Ansys Meshing. A diferença de qualidade entre as malhas surge basicamente devido ao controle do tamanho do elemento próximo à superfície ser pior do que o contido no Ansys ICEM. Desta maneira, escoamentos que contenham físicas relevantes atuando nesta região, como descolamento da camada limite não serão bem representados. No entanto, tais fenômenos não são relevantes neste estudo, onde os ângulos de ataque são mantidos abaixo de 8 graus (abaixo do início do stall), não sendo observado descolamento significativo da camada limite nas condições de número de Reynolds analisado ( $Re \approx 10^5$ ).

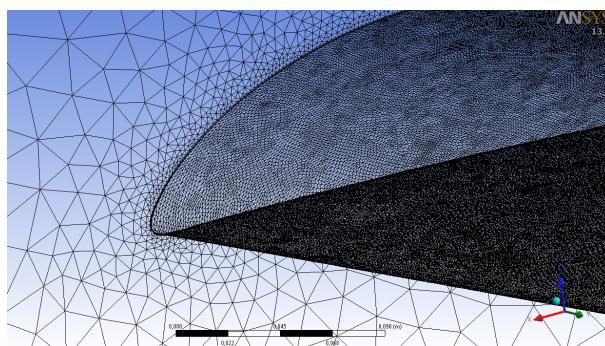
Ciente das limitações, priorizou-se a velocidade e a praticidade de geração de malhas e empregou-se o Ansys Meshing para esta primeira etapa de testes do trabalho. Com isso, a ideia é gerar a malha dentro do ambiente Ansys Meshing inserido dentro do Workbench. Esta malha após sua geração não precisa ser modificada, dado que a superfície molhada da geometria não será modificada ao longo da otimização, sendo mais um argumento favorável para a utilização do Ansys Meshing pois a parametrização da forma da superfície molhada não é necessária. É importante ressaltar que a malha será deformada ao longo da análise acoplada FSI e não remalhada. Neste procedimento, a forma da geometria do perfil não é modificada, pois são impostos deslocamentos aos nós da malha CFD (mais detalhes na seção 4.2.3).

Foram geradas 5 malhas com parâmetros diferentes para testes e desta forma, número de elementos diferentes, variando de 1,8 milhão a 9,5 milhões de elementos. O método de geração da malha e controle dos tetraedros utilizado foi o “Patch Conforming” que emprega a triangularização de Delaunay. O objetivo deste algoritmo é maxi-

mizar o ângulo mínimo de todos os ângulos dos triângulos dentro da triangularização, evitando triângulos com ângulos muito agudos. Isto é feito (no plano) impondo que em um conjunto  $P$  de pontos a serem triangularizados, a triangularização resultante  $T(P)$  não terá nenhum ponto de  $P$  dentro de um círculo circunscrito a algum triângulo de  $T(P)$ . Em outras palavras, é garantido que nenhum triângulo irá se cruzar, ou seja, ter pontos de um triângulo vizinho dentro dele. Na extensão para o caso 3D ou dimensões maiores, a triangularização de Delaunay não tem existência nem mesmo unicidade de soluções garantidas. Mais informações e discussões entre malhas estruturadas e não-estruturadas estão contidas em Versteeg e Malalasekera (2007). As vantagens das malhas não-estruturadas utilizadas, segundo ANSYS (2010b), são a possibilidade de extrusão dos elementos em 3D, e os controles de regularidade e crescimento implementados em um ambiente de geração automática da malha.

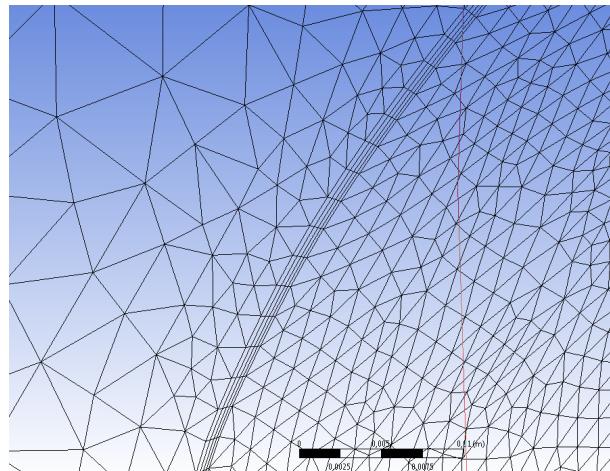


**Figura 4.2:** Malha de 7,5 milhões de elementos, visão do domínio completo.



**Figura 4.3:** Detalhe do refinamento da malha de 7,5 milhões de elementos na região próxima ao bordo de ataque.

Na figura 4.3 ficam evidentes estas vantagens, notando-se a regularidade dos elementos e também a razão de crescimentos dos mesmos conforme se afastam da superfície da asa. Na malha mostrada nas figuras 4.2 e 4.3 foi utilizado um tamanho mínimo de elemento global de  $2 \cdot 10^{-3}$  m, máximo de 1 m, com razão de crescimento de 1,30. Nas áreas correspondentes às superfícies da asa em contato com o fluido, foi imposto um tamanho de elemento de  $2 \cdot 10^{-3}$  m, de modo a forçar o refinamento desta região. Nesta mesma região, os elementos em contato com a asa foram extrudados com o recurso “Inflation”, gerando uma série de elementos hexaédricos que permitem um controle mínimo da malha na região da camada limite. Nesta malha considerada, foram criadas 4 camadas de elementos hexaédricos com uma razão de crescimento entre camadas de 1,2 e máxima espessura da camada de  $1 \cdot 10^{-3}$  m (figura 4.4). Estas configurações resultaram na geração de uma malha com aproximadamente 7,5 milhões de elementos.



**Figura 4.4:** Detalhe do refinamento por extrusão dos elementos tetraédricos em contato com a asa, gerando os elementos hexaédricos na região da camada limite.

Obtida a malha de CFD desejada, inicia-se a preparação do Ansys CFX-Pre, responsável pela geração do arquivo de entrada para o solver, no caso um arquivo do tipo “.def”. Este procedimento pode ser realizado via interface gráfica ou via arquivos de comando CCL. De maneira a tornar este processo automático, o que é necessário devido a necessidade de alteração de condições dentro do laço automático do FSI, utilizaram-se os arquivos de comando CCL. A forma de alteração destes arquivos CCL pode ser feita basicamente de duas maneiras: por meio de softwares otimizadores como o modeFrontier, ou então por meio de código Matlab que gere saídas de arquivo de texto, contendo os comandos CCL, sendo desta forma facilmente modificáveis. Neste trabalho empregou-se

o Matlab para estas modificações.

O código CCL para uma simulação FSI pode ser encontrado no Apêndice em CD deste trabalho, como exemplo da linguagem, sendo que os números de linhas mostrados a seguir referem-se a este código. Nota-se que o mesmo subdivide-se em 5 grandes áreas: importação da malha (linhas 1-14), ajustes do tipo de simulação (linhas 16-53), definição das condições de contorno (linhas 54-137), ajustes de modelo e inicialização da solução (linhas 138-202) e controles de execução/exportação para o solver (linhas 203-334).

A importação da malha consiste apenas na definição do nome do arquivo de origem, tipo e unidades empregadas. Logo em seguida são definidas as unidades utilizadas na simulação. Este ponto é de extrema importância pois a inconsistência de unidades entre o solver CFD e MEF é uma fonte comum de erros em simulações deste tipo. A seguir, o tipo de análise (transiente ou regime permanente) é ajustado, juntamente com a opção de acoplamento com solvers externos, no caso, com o MFX, responsável pela troca de informações entre o CFD e MEF. Os ajustes da parte estrutural estão inseridas dentro do arquivo de entrada do Ansys (“ds.dat”). A geração deste arquivo é explicada na seção 4.2.2. Por fim, a forma como será feita o acoplamento e intervalos de tempo envolvidos são definidos.

Passando para as condições de contorno, cada área da malha importada é associada com uma condição de contorno apropriada que melhor representa o modelo do problema. Nas áreas de superfície molhada da asa, como extradorso, intradorso e perfil da ponta é imposta condição de parede, sem escorregamento, com superfície lisa. Além disso é imposto movimento na malha, onde o código da interface para troca de informações entre o CFX e o Ansys é o “1”. O CFX recebe do Ansys o valor de Deslocamento Total da Malha e envia a Força Total atuante naquelas superfícies (vide seção 4.2.3). Para as faces livres do domínio é imposta condição de contorno parede, com escorregamento livre, e malha estacionária. Na face de entrada do domínio foi aplicada a condição de “inlet”, com velocidades cartesianas especificadas nos três eixos, ajuste de malha estacionária e impondo escoamento em regime subsônico ( $M \ll 1$ ). A face de saída do domínio recebe condição de “outlet”, também com escoamento subsônico, e pressão relativa nula. Por fim, na face do domínio onde está localizada a raiz da asa, aplica-se condição de simetria.

Em seguida, são definidos os modelos para deformação da malha, considerando-se apenas as regiões com movimentos especificados, utilizando o modelo de difusão de

deslocamentos, com a propriedade de aumento da rigidez da malha na proximidade de elementos (volumes de controle) pequenos. Esta rigidez da malha deve ser entendida como uma relaxação dos deslocamentos dos nós da malha CFD, e não como uma rigidez estrutural. Mais informações sobre a deformação da malha na seção 4.2.3. O fluido considerado é ar atmosférico a 25°C, com modelo de turbulência SST. A solução é inicializada com o escoamento na mesma velocidade imposta na condição de contorno “inlet”, pressão estática relativa nula.

A última parte do código CCL contém os ajustes necessários para a execução do solver. Os ajustes referentes às equações de deslocamento da malha, condições de convergência e execução do laço externo de FSI, ou seja, do acoplamento entre CFD e MEF são cobertos na seção 4.2.3. Para a convergência especificamente das equações do escoamento, foi adotado um critério de máximo erro quadrático médio de  $1 \cdot 10^{-4}$ . Este valor é considerado elevado para simulações CFD, no entanto o mesmo foi utilizado para uma primeira análise do laço FSI de modo a acelerar a execução do código, sendo refinado posteriormente até o valor de  $1 \cdot 10^{-5}$ , mais comum em trabalhos de CFD.

Para o controle de execução considerou-se um ambiente de processamento em paralelo HP MPI, com o número de processos equivalente ao número de processadores disponíveis no computador, no caso, variando de 4 à 8. Finalizando o código CCL é gerado o arquivo “.def” que será a entrada do CFX-Solver Manager. Implementou-se este código CCL dentro do ambiente Matlab, permitindo a variação de certas configurações do CFX via Matlab, sem a necessidade de acesso à interface gráfica (seção 4.3.1).

De posse do arquivo “.def” com todas as configurações prontas para execução, o solver é chamado via linha de comando com um arquivo batch (“.bat”). A execução prossegue de forma automática até o atendimento das condições de convergência. Para a visualização dos resultados, é utilizado o software Ansys CFD-Post. Da mesma forma que os outros softwares, sua execução pode ser comandada via linha de comando a partir de arquivos com linguagem própria, facilitando a saída de resultados globais como forças aerodinâmicas atuantes na asa, deslocamentos verificados na estrutura, distribuições de pressão, entre outros (seção 4.3.1).

#### 4.2.2 Parte MEF

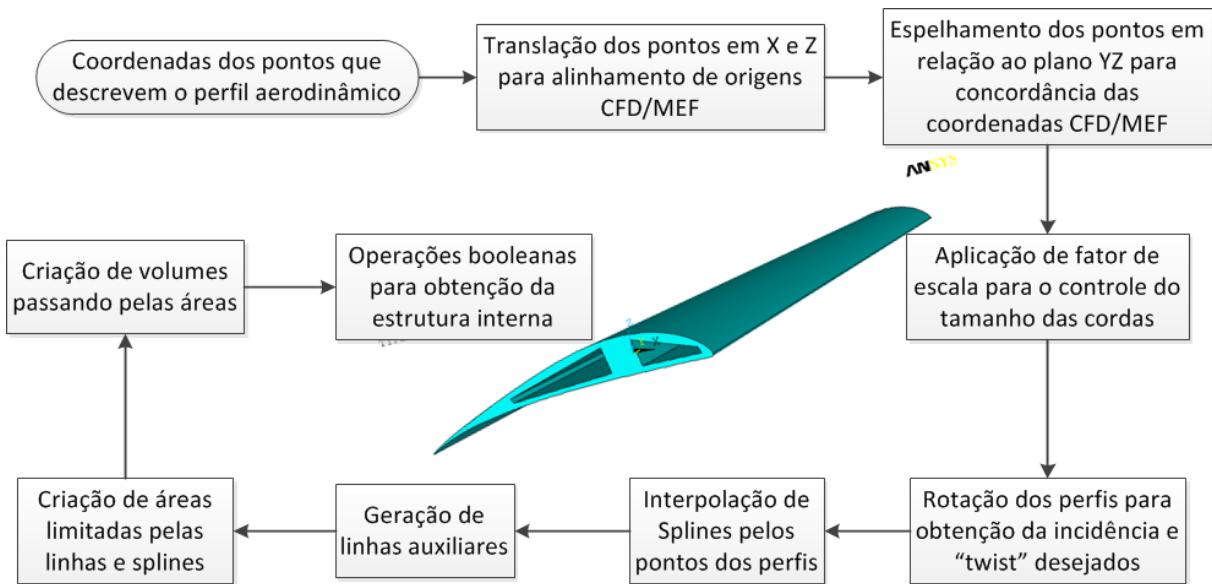
A geometria da parte estrutural que será modelada dentro da análise FSI não pode ser tratada como constante ao longo das análises. Esta restrição se dá em virtude de a estrutura interna da asa ser o alvo da otimização, e portanto é necessária a comparação de diversas geometrias diferentes. Pensando em uma otimização paramétrica, o otimizador precisa ter a liberdade de modificação de parâmetros em uma dada geometria. No caso de uma OT, é necessário que haja uma liberdade ainda maior por parte do otimizador em alterações do domínio interno da asa. Desta forma, três abordagens foram levantadas e testadas: utilização do recurso “Design Explorer” do Ansys Workbench, importação de uma geometria via software CAD e a geração da geometria parametrizada dentro do próprio Ansys, via linguagem de programação APDL.

A utilização do “Design Explorer” foi descartada, pois como a idéia do laço de análise FSI era permitir uma fácil utilização deste código em uma OT, este recurso traria desvantagens, dado que ele é baseado em parâmetros de uma geometria modelo, fixa.

A segunda abordagem, utilizando importações por software CAD é a que traz melhores benefícios para uma otimização paramétrica. O software ESTECO modeFrontier permite a inserção do CATIA V5 dentro do laço de otimização, gerando geometrias em formato adequado para o Ansys baseado nas variáveis de entrada (parametrização) definida. No entanto, no momento da análise de alternativas de solução do acoplamento FSI esta abordagem foi colocada em segundo plano por restrições de conhecimentos sobre sua implementação e também devido à sua baixa flexibilidade no caso de utilização de um software próprio de otimização ou em uma otimização do tipo topológica.

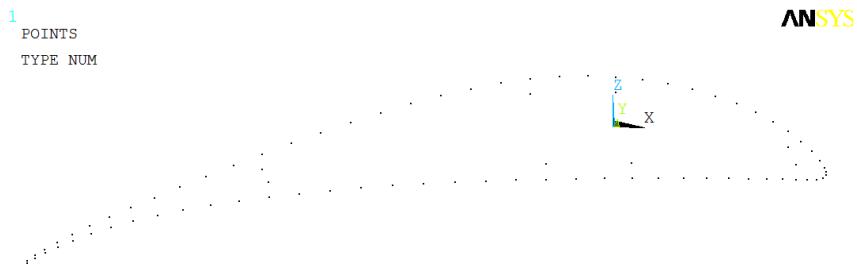
Desta forma, a geração da geometria dentro do Ansys, via linguagem APDL foi adotada para esta etapa do trabalho. O seu ponto negativo é a baixa eficiência do tempo de criação do código. Quando gerada em APDL a geometria precisa ser construída a partir de elementos fundamentais, como pontos, linhas, splines, áreas e volumes, gerando uma relevante quantidade de trabalho no caso de alteração da geometria da superfície molhada. Além disso, no caso de uma otimização paramétrica, a forma da estrutura interna precisa ser parametrizada também via APDL, o que aumenta consideravelmente a dificuldade da implementação e teste de diferentes tipos de estrutura. No entanto, sua vantagem é o baixo custo computacional, pois uma vez gerado o código, sua execução se torna mais rápida do que em outros métodos.

A dificuldade de geração do código da geometria foi minimizada com o emprego do Matlab. Por meio de rotinas desenvolvidas, os pontos que descrevem o perfil aerodinâmico da asa eram preparados e suas coordenadas calculadas. Basicamente, o processo segue o fluxograma indicado na figura 4.5.



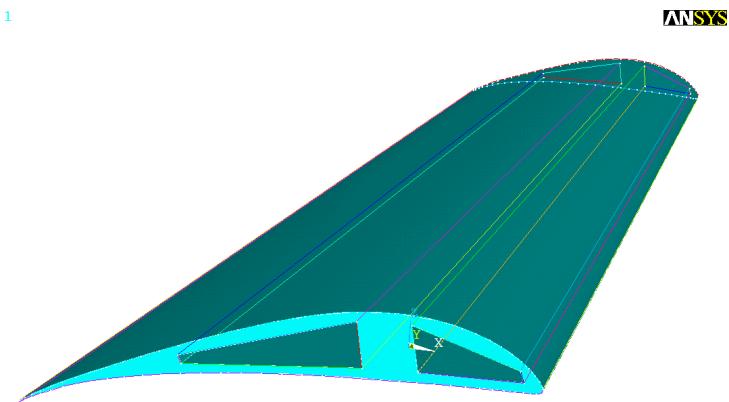
**Figura 4.5:** Fluxograma da geração da geometria interna da asa via linguagem APDL.

As coordenadas dos pontos do perfil aerodinâmico base são obtidas via arquivo texto com coordenadas X normalizadas de 0 à 1. O eixo X é disposto na direção da linha que liga o bordo de ataque ao bordo de fuga, sua origem no bordo de ataque e com sentido positivo do bordo ataque para o bordo de fuga. O eixo Y tem direção perpendicular ao eixo X, no plano do perfil, com origem no bordo de ataque e sentido positivo do intradorso para o extradorso. Para permitir um correto alinhamento das malhas CFD e MEF, estes pontos precisam ser transladados e espelhados, dependendo da orientação da malha do CFD. Pequenos desalinhamentos podem gerar diversos problemas, como descrito na seção 4.2.3. Fechando as operações com os pontos, os mesmos são “escalados” para atingirem as dimensões corretas e posteriormente rotacionados em relação à origem por operações de transformações de coordenadas. Assim, o ângulo de incidência da raiz da asa e ângulo de “twist” podem ser ajustados de maneira adequada, lembrando que existem dois conjuntos de pontos neste patamar, os pertencentes à raiz e os pertencentes à ponta da asa.



**Figura 4.6:** Pontos com as coordenadas do perfil aerodinâmico.

Com as coordenadas e os respectivos pontos dos perfis da raiz e da ponta criados, são interpoladas curvas do tipo Spline, representando o intradorso e o extradorso dos perfis. Linhas de suporte são criadas ligando pontos específicos da geometria, formando assim o bordo de ataque e bordo de fuga da asa. Em seguida, áreas definidas por 4 linhas fecham o contorno externo, surgindo o extradorso e intradorso globais, a ponta e a raiz da asa. Neste ponto, um volume definido pelas áreas anteriormente criadas delimitam a geometria da asa. Finalmente, a estrutura interna surge pela subtração booleana do volume externo com os volumes internos, criados de forma análoga ao procedimento descrito, resultando na figura 4.7.

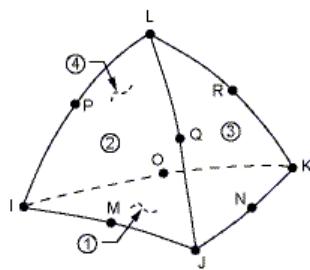


**Figura 4.7:** Geometria resultante da modelagem em APDL, com as linhas e volumes.

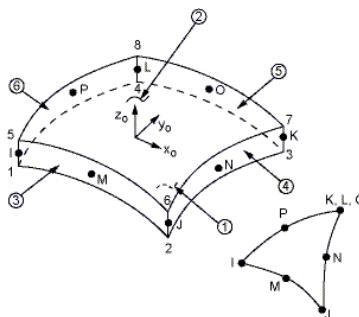
Dado o volume que representa a estrutura da asa, de forma a gerar os elementos necessários para uma análise MEF, é definido um tipo de elemento. Neste caso, optou-se pelo elemento SOLID187, do tipo sólido. Os grandes diferenciais para sua escolha foram a formulação 3D, a capacidade de receber interfaces Sólido/Fluido e também por ser tetraédrico, facilitando a malhagem em geometrias irregulares. O mesmo é definido pela localização de 10 nós (letras I à R, mostradas na figura 4.8), admite 3 graus de liberdade

em cada nó (translações nas direções x, y e z), materiais isotrópicos ou ortotrópicos, plasticidade, regime hiperplástico, grandes deformações, entre outras propriedades.

No entanto esta escolha varia conforme o modelo de estrutura que se deseja modelar, podendo-se utilizar outros elementos que suportem a interface FSI, como o BEAM189 (elemento de viga) ou o SHELL281 (elemento de casca). O elemento SOLID227 permite acoplar ainda mais físicas no problema, como efeitos de deformação térmica, piezoeletricidade entre outros. Informações completas são encontradas em ANSYS (2010a).

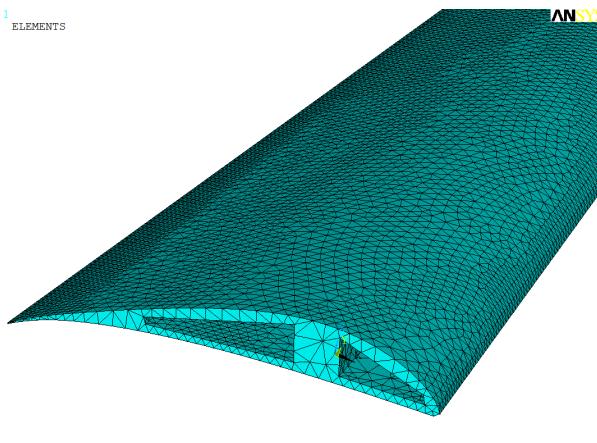


**Figura 4.8:** Elemento SOLID187, imagem reproduzida de (ANSYS, 2010a).



**Figura 4.9:** Elemento SHELL281, imagem reproduzida de (ANSYS, 2010a).

Após a definição do tipo de elemento e de suas características como módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson, é gerada a malha de forma automática, com o uso do recurso “Smart Size” que busca reduzir o tamanho do elemento próximo a regiões com geometrias diferenciadas. Restringiu-se o tamanho mínimo e máximo dos elementos em 1 e 5 centímetros respectivamente. Um exemplo da malha gerada é mostrado na figura 4.10, contendo 38 mil elementos.



**Figura 4.10:** Malha de elementos finitos gerada para a estrutura interna da asa.

Preparada a malha, é feita a definição das condições de contorno aplicáveis para o modelo de estrutura que se deseja simular. Neste caso, foi suposto engastamento em toda a área do perfil aerodinâmico da raiz, além de interface fluido com estrutura nas áreas correspondentes ao extradorso, intradorso, bordo de fuga e perfil da ponta da asa. Nesta etapa, deve-se ficar atento ao número atribuído à interface, pois é esta a referência que o Ansys CFX terá para efetuar as trocas de forças e deslocamentos com o Ansys Mechanical. Para facilitar, todas as áreas citadas acima foram atribuídas a uma mesma referência.

Por fim são ajustados os parâmetros referentes ao MFX e ao acoplamento com o Ansys CFX propriamente dito, além da exportação de um arquivo de entrada em formato adequado para o CFX. Detalhes sobre estes parâmetros encontram-se na seção 4.2.3.

#### 4.2.3 Integração via ANSYS MFX

Para efetuar a troca de carregamentos entre as malhas CFD e MEF foi escolhido o MFX. Este é o solver utilizado para simulações onde diversos tipos de física estão sendo analisadas em diferentes códigos, e possivelmente em máquinas diferentes. As físicas são acopladas por meio de iterações onde cada solver coleta dados de outros e segue a sua própria solução, continuando até que todos os solvers e cargas tenham convergido. Sua principal aplicação é em simulações FSI, sendo que devem ser atendidos uma série de requisitos: análise somente tridimensional; apenas transferências de cargas de superfície como deslocamento, temperatura, força, densidade de força e fluxo de calor; apenas dois solvers podem ser usados, o Ansys (estrutural) e o CFX (fluido); o processamento do

Ansys não pode paralelizado (o do CFX pode) e por fim, as análises precisam ser rodadas em “batch”.

Este processo descrito acima é conhecido como análise FSI “two-way” e foi o empregado neste trabalho. No entanto, existe uma outra maneira, conhecida como FSI “one-way” para análises de estruturas sob a interação com fluidos. Neste caso, a troca de carregamentos não ocorre nos dois sentidos, o MEF recebe os carregamentos do código CFD porém não envia os deslocamentos resultantes da estrutura para a malha do fluido. Desta maneira o custo computacional é reduzido em relação à uma análise “two-way”, no entanto, certos aspectos da multidisciplinaridade do problema podem não ser bem reproduzidos, principalmente no caso de os deslocamentos da estrutura produzirem alterações significativas no campo fluido. O solver da ANSYS que implementa a análise “one-way” é o chamado “ANSYS Multi-field Solver - Single-Code Coupling (MFS)”.

Voltando para a análise “two-way” usando o MFX, as cargas entre os solvers são transferidas nos chamados pontos de sincronização, com a ordem de envio e recebimento definida no CFX-Pre, dentro do arquivo CCL como descrito em 4.2.1. Neste trabalho optou-se por iniciar o laço com o CFX, executando o Ansys sempre depois do CFX, devido à convergência do CFD ser mais lenta do que a estrutural.

Como a malha estrutural difere da malha do fluido tanto em termos de densidade, tipo e posicionamento dos elementos é necessário um procedimento de interpolação (mapeamento) das cargas entre as duas malhas. Isto é feito pelo MFX automaticamente usando interpolação conservativa, método explicado em detalhes por ANSYS (2010a). Quanto maior a proximidade da geometria entre o lado estrutural e o lado fluido, melhor esta interpolação é feita, permitindo que as forças sejam transmitidas sem nenhuma perda. No entanto, o balanço de transferência de forças é conservativo, tanto localmente no elemento quanto globalmente, independentemente das geometrias e suas correspondências. O valor porcentual das áreas que estão sendo corretamente mapeadas é relevante e deve ser acompanhado de modo a identificar qualquer problema de alinhamento mais grave entre as malhas. Este valor é encontrado no diretório de execução do Ansys CFX, dentro da pasta “Anssys.dir” no arquivo “ANSYS.stdout”, sob o nome de “un-mapped area (%).”.

A convergência ocorre quando as mudanças nos valores das cargas na interface são

menores do que a tolerância de entrada ( $EPS$ ), ou seja, quando a relação 4.1 é satisfeita.

$$\frac{\log(\varepsilon/EPS)}{\log(10/EPS)} \leq 0 \quad (4.1)$$

onde,

$$\varepsilon = \frac{\|\varphi_{novo} - \varphi_{anterior}\|}{\|\varphi_{novo}\|} \quad (4.2)$$

Sendo  $\varphi_{novo}$  o novo vetor de cargas do código acoplado e  $\varphi_{anterior}$  a mesma grandeza, porém da iteração anterior. O vetor de carga novo é relaxado entre as iterações por meio da equação 4.3, onde  $\alpha$  é o fator de relaxação, facilitando a convergência.

$$\varphi = \varphi_{anterior} + \alpha(\varphi_{novo} - \varphi_{anterior}) \quad (4.3)$$

Um dos comandos de ajuste do MFX dentro do código APDL do Ansys (como encontrado no Apêndice em CD deste trabalho) merece destaque, pois demandou um considerável trabalho para sua utilização correta. Trata-se do “MFLC” que é responsável pelas definições de transferência de carga entre os solvers e encontra-se no manual do APDL do Ansys sob o nome “MFLCOMM”. Os nomes dos rótulos devem ser totalmente compatíveis com os inseridos nas condições de contorno do CFX, que embora sejam de ajuste trivial, sua determinação pode levar a dificuldades. Uma abordagem que o autor considera adequada é que caso os rótulos não estejam coincidindo (verificado pelo arquivo de output de erro do Ansys CFX quando em execução), implemente-se a mesma simulação pelo Ansys Workbench e verifique-se por meio do arquivo “ds.dat” e “ANSYS.stdout” quais são os rótulos corretos. Como o Workbench implementa o acoplamento de forma automática, os rótulos são pareados com sucesso, servindo de comparação. Além disso, recomenda-se a leitura do arquivo “ds.dat” gerado pelo Workbench em uma simulação FSI, pois o mesmo contém uma série de comandos que facilitam o entendimento do código que está sendo executado.

A deformação da malha de CFD devido à deformação da estrutura da asa foi o principal problema encontrado durante a implementação e principalmente automatização do laço de FSI. Como os elementos da malha de CFD são pequenos quando comparados com as deformações da asa, pode surgir o problema de “folded mesh”. Isto ocorre quando

a malha não consegue absorver as deformações de forma adequada. Dessa forma, os elementos próximos à superfície da asa, principalmente no extradorso e próximo da ponta, tendem a subir sobre outros, gerando elementos com volumes negativos que não são corrigidos pois a malha não é refeita a cada iteração, travando a simulação.

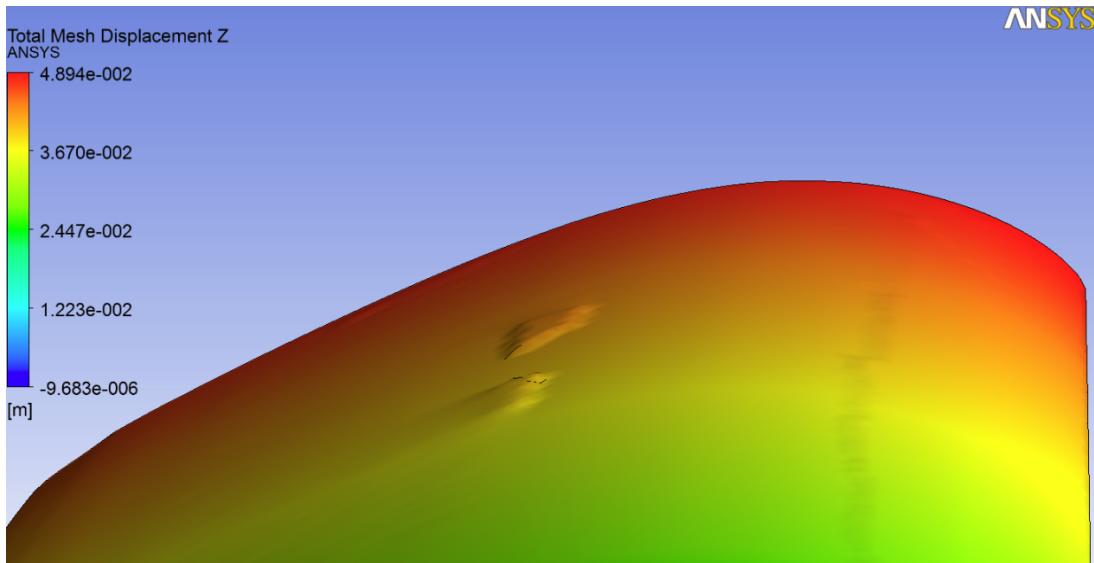
Para permitir que a malha do CFD absorva mais deslocamentos é preciso aumentar o valor de iterações permitidas para a solução das equações de deslocamento da malha. Após diversos testes, notou-se que o valor de 30 iterações é um valor adequado para deformações verticais na ponta da asa de até 30 cm, com base em uma semi-envergadura de 1,45 m. O critério de convergência para as equações de deslocamento da malha foi mantido em  $1 \cdot 10^{-5}$  m, considerando-se o valor do erro quadrático médio.

No entanto, apenas este procedimento descrito pode não ser o suficiente para resolver o problema. Ao longo do desenvolvimento deste trabalho o autor definiu uma série de recomendações que podem auxiliar na resolução de problemas deste tipo em análises FSI, descritas na série de itens a seguir.

- **Modelo de controle de rigidez dos elementos da malha CFD.** O Ansys CFX permite a escolha de métodos que aumentam a rigidez (entendida como a resistência à deformação do elemento da malha CFD, uma relaxação dos deslocamentos dos nós) de elementos em certas regiões da malha. Os melhores resultados foram atingidos com o aumento de rigidez como uma função do volume do elemento. Quanto menor o elemento, mais rígido, ou seja, os elementos mais próximos da superfície da asa se deformam menos, dispersando a deformação da malha para regiões mais distantes da asa, menos críticas;
- **Ajuste correto dos coeficientes do modelo de controle de rigidez da malha CFD.** Estes coeficientes permitem controlar a intensidade e a velocidade com que a rigidez dos elementos é alterada. Elementos muito rígidos e/ou com alto gradiente de rigidez também podem gerar problemas, pois a deformação é aplicada muito bruscamente nos elementos vizinhos;
- **Controle da rigidez da estrutura.** Estruturas internas com baixa rigidez podem levar a deformações maiores do que as suportadas pela malha de CFD em função de carregamentos não condizentes com esta rigidez. Desta forma, recomenda-se a execução de uma simulação MEF isolada com os carregamentos na ordem de gran-

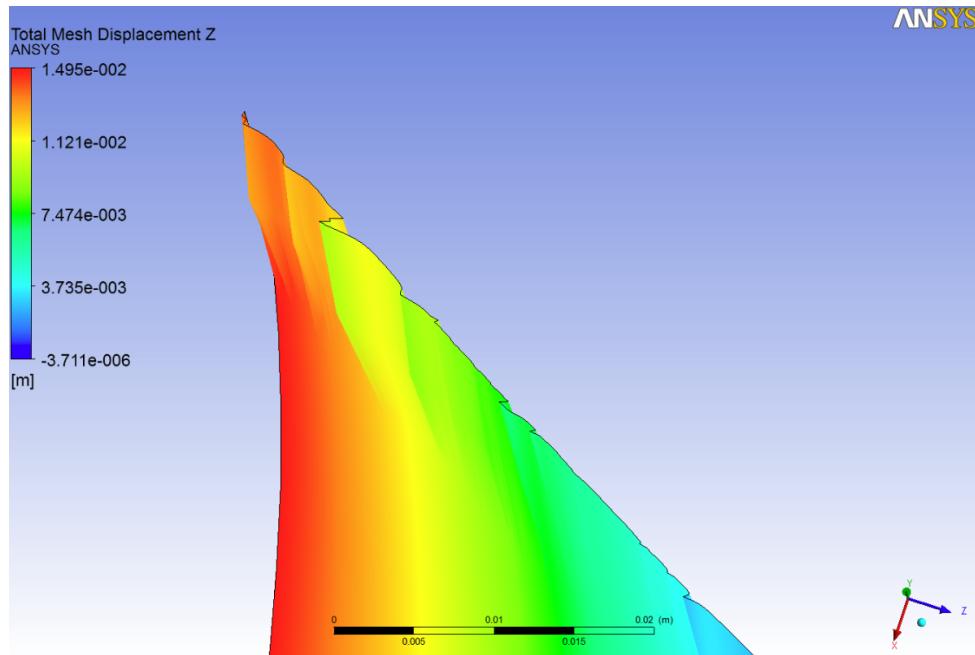
deza esperada para avaliar o comportamento desta estrutura, antes do acoplamento;

- **Correto posicionamento das malhas CFD e MEF.** Desalinhamentos de translação, rotação ou escala entre a geometria do fluido envolvendo a estrutura e a estrutura geram problemas na interpolação (mapeamento) das forças e deslocamentos. Podem surgir deformações localizadas não esperadas, como no exemplo da figura 4.11, levando a erros de dobramento de elementos na malha;



**Figura 4.11:** Detalhe do extradorso da asa apresentando problemas devido ao mapeamento de geometrias incorreto.

- **Baixa rigidez em regiões de baixa espessura localizadas.** No bordo de fuga de asas, a baixa espessura da estrutura pode levar a problemas como o da figura 4.12. Portanto, representar o bordo de fuga como uma área e não uma linha pode ajudar, pois a espessura resultante do corte é maior do que no caso do bordo de fuga terminando em uma linha. Além disso, isto não representa problemas graves para o modelo, dado que em estruturas reais, o bordo de fuga por questões de fabricação deve assumir uma espessura mínima;

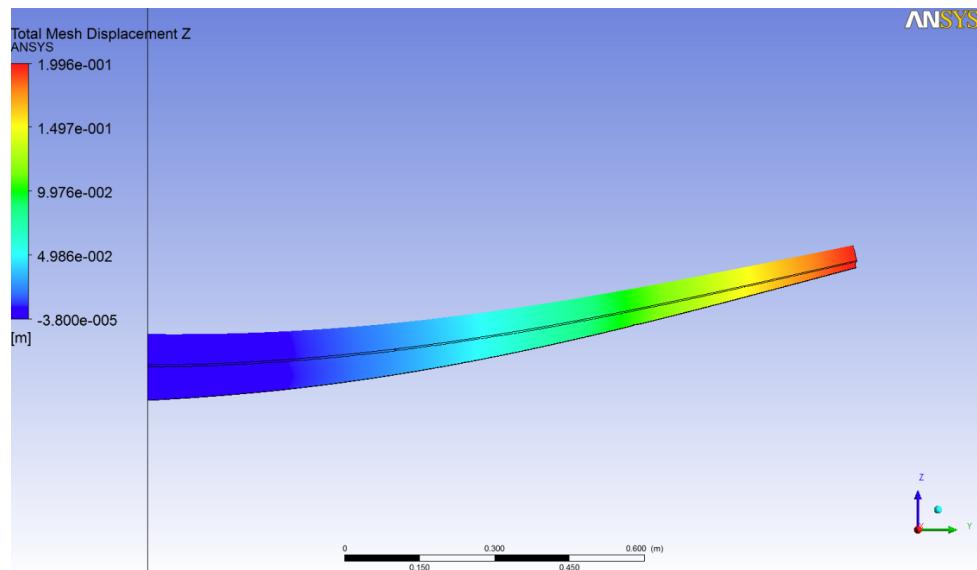


**Figura 4.12:** Detalhe do bordo de fuga da asa com deformações excessivas causadas por baixa espessura e rigidez estrutural.

- **Atenção às unidades.** Correspondências erradas de unidades entre os carregamentos enviados e recebidos pelo solver podem levar a deformações exageradas. Para contornar este problema, uma boa prática é imprimir listagens das forças e deslocamentos que estão sendo trocados entre os solvers envolvidos;
- **Qualidade da malha do CFD.** Elementos distorcidos na malha de CFD original se tornarão mais distorcidos ainda durante uma simulação FSI, podendo atingir o limite inferior de qualidade da malha exigido pelo solver. Portanto, deve-se ficar atento à malha na região ao redor da superfície da asa, buscando a maior continuidade possível dos elementos. Caso esta continuidade não seja atingida com o uso de malhas tetraédricas, deve-se optar pelo uso das hexaédricas que permitem um controle melhor da malha na região da camada limite. Softwares com o Ansys ICEM CFD permitem avaliar quantitativamente o valor de qualidade da malha por meio de métricas tomadas nos elementos;
- **Convergência das equações de deslocamento da malha.** Como ressaltado no texto anteriormente, caso as equações de deslocamento não tenham sido resolvidas até um erro adequado, obtendo-se uma solução prematura, as deformações podem não ser absorvidas pela malha. Logo, aumentar o número de iterações (em testes

neste problema, observou-se um mínimo de 30 iterações) e diminuir o valor do erro para convergência, são medidas que permitem a absorção de maiores deslocamentos.

Um exemplo de nível de deslocamentos atingidos na análise FSI sem a ocorrência de problemas na malha CFD é mostrado na figura 4.13, cujo valor de diedro é nulo na configuração indeformada.



**Figura 4.13:** Exemplo de níveis de deslocamentos atingidos sem problemas de dobramento da malha. Geometria com diedro nulo na condição original.

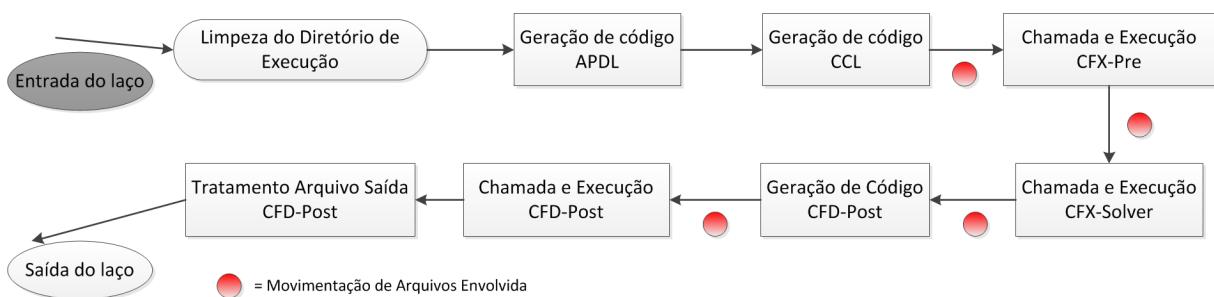
### 4.3 Laço de Análise e Otimização

De modo a desenvolver uma plataforma de análises FSI do tipo “caixa-preta”, onde são inseridos dados e obtidos resultados, foram criados códigos em Matlab que gerenciam o processo de análise do Ansys. O Matlab foi o software escolhido para tal função em virtude da familiaridade do autor com o mesmo e pela possibilidade de implementação de códigos de otimização próprios nesta plataforma. Programas como o ModeFrontier permitem o gerenciamento do processo de análise da mesma forma que o Matlab, de maneira até mais simples do que este. No entanto, por ser um código proprietário, os algoritmos de otimização nele inseridos reduzem a flexibilidade da implementação enquanto aumentam a agilidade e a confiabilidade dos resultados. Logo, de modo a permitir o uso tanto de otimizadores próprios quanto do ModeFrontier, o Matlab surge como a solução ideal, trazendo benefícios dos dois “mundos” pois o código Matlab pode ser inserido dentro do ModeFrontier.

Na seção 4.3.1 é apresentada a implementação do código de análise dentro do Matlab. Para implementar um primeiro teste deste laço de análise dentro de uma otimização, foi planejada e desenvolvida a otimização paramétrica de uma estrutura interna de asa cuja forma é mantida fixa, como apresentado na seção 4.4. O modelo utilizado como base foi o da aeronave da equipe Poliaclive de Aerodesign do ano de 2008, com liberdade de modificação da espessura e localização da longarina.

### 4.3.1 Matlab

Os códigos Matlab desenvolvidos possuem três funções básicas: preparar os arquivos de entrada dos softwares Ansys Mechanical, CFX e CFD-Post; tratar a movimentação dos arquivos de entrada e saída ao longo da execução e também acionar via comandos batch os softwares necessários na ordem necessária. A figura 4.14 apresenta uma visão geral do processo implementado.



**Figura 4.14:** Fluxograma da análise FSI implementada no Matlab.

A análise começa preparando o diretório de execução, excluindo os arquivos de resultado anteriores daquele diretório para evitar problemas de leitura, escrita e versões dos dados. Em seguida é acionada uma função que a partir dos parâmetros de rigidez do material do modelo de estrutura da asa, valor de espessura da longarina (medido em unidades que são os pontos do perfil aerodinâmico base) e posição da longarina na corda do perfil em relação ao bordo de ataque gera o código APDL necessário para simulação (como descrito na seção 4.2.2). Esta função foi desenvolvida a partir dos comandos de escrita em arquivo do Matlab, que vão gerando as linhas de comando APDL a serem executadas. Laços recursivos importam os pontos do perfil aerodinâmico de um arquivo, trabalham com suas coordenadas e definem os comandos para sua utilização pelo Ansys, como criação dos pontos, definição de Splines, áreas e volumes. Ao final desta operação, o

arquivo “input.dat” foi gerado, sendo executado em seguida via processo batch pelo Ansys Mechanical. Este processo batch cria o arquivo “ds.dat” responsável pelo acoplamento do MEF dentro do laço FSI.

A próxima etapa consiste na escrita do arquivo que contém o código CCL, entrada para o CFX-Pre. O mesmo é gerado com a mesma metodologia do arquivo APDL, permitindo o acesso fácil a variáveis como números de núcleos usados no processamento, velocidades do escoamento, dados de execução do solver, convergência, entre outros. Ao final da geração, o arquivo “FSISession.pre” está pronto para ser executado no solver. É feita então a transferência destes arquivos para a pasta de execução do CFX-Solver e em seguida, chama-se o processo do CFX-Solver via batch com o arquivo “.pre” como entrada.

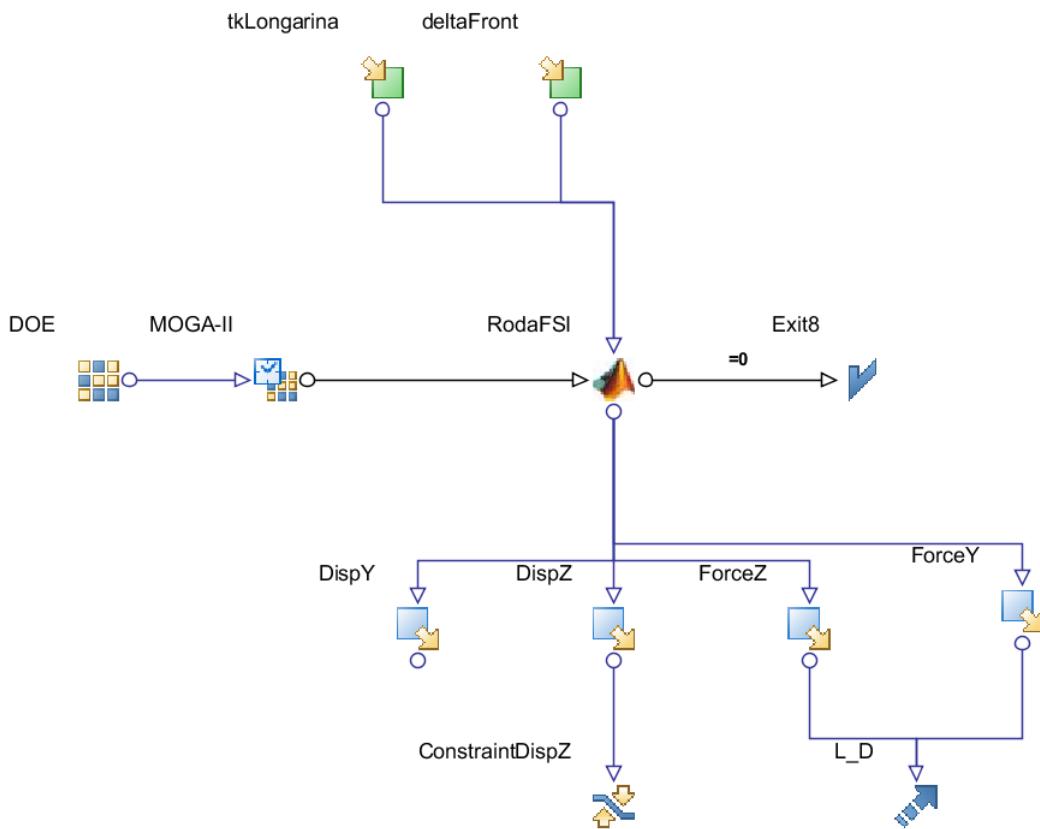
O CFX-Solver efetua o acoplamento por meio de execuções alternadas do código CFD e MEF, controladas por ele. A cada 6 iterações do CFD, as cargas atuantes na estrutura são determinadas, enviadas para o ANSYS Mechanical que resolve o MEF e devolve os deslocamentos a serem impostos na malha CFD. Mais 6 iterações do CFD são resolvidas e o ciclo se repete até o momento em que ambas soluções, tanto do CFD quanto do MEF convergem para o erro especificado.

Ao final da execução, o arquivo “Fluid\_001.res” foi gerado pelo CFX-Solver. Este arquivo contém todas as informações da solução, que precisam ser tratadas para utilização. Portanto, o arquivo de resultados é transferido para uma pasta onde o CFD-Post será executado. Neste mesmo diretório existe um arquivo de script de sessão do CFD-Post fixo, que permite a execução de tarefas que haviam sido executadas via interface gráfica. Esta sessão abre o arquivo de resultados, e exporta em um arquivo “.txt” e “.csv” os valores de forças nos eixos X, Y e Z, deslocamentos totais em X, Y, Z, máxima e mínima pressão absoluta e máximo valor de  $y^{++}$ . Todas estas variáveis são tomadas com relação à geometria da asa somente.

Para utilização destes resultados gerados, desenvolveu-se uma rotina que lê o arquivo “.txt” e retira do mesmo as informações desejadas de forças, deslocamentos e etc. Com isso, completa-se o ciclo onde a partir de variáveis de entrada são obtidos os resultados desejados da análise com a execução comandada pelo Matlab.

## 4.4 Caso A: Otimização Paramétrica

Com o objetivo de avaliar o comportamento do modelo de análise FSI e seu desempenho em um laço de otimização real, implementou-se em ambiente ModeFrontier a otimização paramétrica de um modelo simplificado de estrutura da asa (seção 3.3). A mesma foi modelada como um sólido com o mesmo formato da superfície molhada da asa, com duas regiões de alívio de material uma à frente da longarina e outra atrás. Estes alívios afetam toda a semi-envergadura da asa, tendo como finalidade a avaliação da resposta do modelo à mudanças da rigidez da estrutura da asa por meio de remoção de material. Uma visão geral do fluxograma de otimização do ModeFrontier está contido na figura 4.15, e na seção 5.2 uma descrição das condições de análise e ajustes da otimização empregadas.



**Figura 4.15:** Fluxograma da otimização paramétrica para teste da análise FSI implementada em ModeFrontier.

Na figura 4.15 os nós verdes no primeiro nível do fluxograma (“`tkLongarina`”, “`deltaFront`”) representam as variáveis de entrada da otimização respectivamente, espessura e posição da longarina. Dentro destes nós são definidos vários parâmetros como nomes

das variáveis que serão utilizadas pelo código de análise (em ambiente Matlab), os tipos das variáveis (contínuas ou discretas), sua distribuição dentro de um intervalo, grau de discretização do intervalo admitido, entre outros.

No segundo nível do fluxograma, aparecem os nós referentes ao “Design Of Experiments (DOE)”, “Scheduler”(MOGA-II), software de análise (“Roda FSI”) e à saída do processo com sucesso. O DOE consiste na geração dos conjuntos de parâmetros que serão analisados em cada iteração da otimização, definindo por exemplo, a maneira como o otimizador deve percorrer inicialmente o domínio de projeto, o método de escolha utilizado. Algumas opções são a amostragem “Monte-Carlo”, “Latin Hypercube” e aleatoriamente. O “Scheduler” é responsável pelo ajuste do algoritmo de otimização utilizado, podendo ser escolhidos diversos tipos como evolutivos, programação matemática, entre outros. Além do tipo são controladas as características da otimização como o número de iterações e ajustes intrínsecos ao otimizador. O nó de análise (“Roda FSI”) pode receber diversos softwares diferentes, como Matlab, Ansys, Abaqus, entre outros. O modelo de análise FSI em ambiente Matlab é inserido no fluxo da otimização por meio deste nó. O mesmo permite que seja executado um código a partir de variáveis de entrada (variáveis de projeto) definidas pelo ModeFrontier, aguardando o retorno de variáveis de saída que serão utilizadas para a avaliação dos objetivos e das restrições.

No terceiro nível de nós, estão definidas as variáveis de saída do código Matlab que executa a análise FSI (“DispY”, “DispZ”, “ForceZ”, “ForceY”), representando respectivamente, o deslocamento na direção longitudinal e vertical da ponta da asa (eixos Y e Z), e as forças de sustentação e arrasto (eixos Z e Y). Em cada um destes nós são especificadas as relações de nomes entre as variáveis do ModeFrontier e as variáveis do código Matlab e o formato da variável.

Por fim, no quarto e último nível estão representadas a restrição (“Constraint-DispZ”) e o objetivo da otimização (maximizar  $L/D$ , “L\_D”). Dentro do nó de restrição é inserida qual variável deve ser analisada e qual condição deve ser satisfeita para que a configuração seja viável. Caso a configuração não satisfaça a condição, a mesma continua sendo apresentada, porém receberá a “bandeira” de inviável. Os objetivos são definidos dentro dos nós de mesmo nome onde são indicadas uma ou mais variáveis que serão utilizadas para avaliação da função objetivo, bem como a relação entre estas variáveis permitindo a implementação de funções multi-objetivo.

## 4.5 Caso B: Otimização Topológica Sem FSI

A implementação do código de OT foi definida em torno de dois requisitos principais: a possibilidade de integração com outros códigos de análise MEF e a facilidade de verificação e comparação de seus resultados. Alinhada com estes requisitos, a implementação de Sigmund (2001) torna-se muito atraente e foi a adotada como base neste trabalho, em ambiente de programação Matlab. Ela apresenta de forma didática uma implementação possível da OT, utilizando Critério de Optimalidade, sensibilidades obtidas analiticamente, análise MEF através de um solver inserido no próprio código que permite resolver malhas bidimensionais e filtro de sensibilidades para evitar a dependência do resultado com a discretização. Isto é implementado de forma modular, que auxilia o entendimento do código, bem como a adoção de solvers externos, por exemplo.

Para atualização do vetor de variáveis de projeto, as pseudo-densidades, o mesmo utiliza o Critério de Optimalidade, como descrito em Bendsøe e Sigmund (2003). Ele propõe que a atualização do vetor de variáveis de projeto ( $\mathbf{x}^{novo}$ ) seja feita como na equação 4.4.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Se } x_i B_i^\eta \leq \max(x_{min}, x_i - m), \\ \quad x_i^{novo} = \max(x_{min}, x_i - m) \\ \text{Se } x_i B_i^\eta \geq \min(1, x_i + m), \\ \quad x_i^{novo} = \min(1, x_i + m) \\ \text{Se } \max(x_{min}, x_i - m) < x_i B_i^\eta < \min(1, x_i + m), \\ \quad x_i^{novo} = x_i B_i^\eta \end{array} \right. \quad (4.4)$$

Onde  $B_i$  é dado pela equação 4.5,  $m$  e  $\eta$  são parâmetros de ajuste, podendo ser alterados ao longo das iterações para melhoria da convergência. São obtidos via testes e geralmente adota-se o valor de  $m = 0,2$  e  $\eta = 0,5$ .

$$B_i = \frac{-\frac{\partial c}{\partial x_i}}{\lambda \frac{\partial V}{\partial x_i}} \quad (4.5)$$

Na equação 4.5,  $\partial V / \partial x_i$  é unitário e  $\lambda$  é o multiplicador de Lagrange da restrição de volume, calculado por algoritmo de dicotomia.  $\partial c / \partial x_i$  corresponde ao gradiente da função objetivo em relação a variável de projeto  $x_i$ , que neste caso pode ser calculada

como em Guimarães (2010), resultando na equação 4.6. O valor de  $\mathbf{u}_i^T \mathbf{K}_i \mathbf{u}_i$  equivale ao valor da energia de deformação do elemento  $i$ , calculada pelo Ansys.

$$\frac{\partial c}{\partial x_i} = -\frac{p}{x_i} \mathbf{u}_i^T \mathbf{K}_i \mathbf{u}_i \quad (4.6)$$

De modo a tornar os resultados independentes da discretização da malha de elementos finitos, um procedimento usual é a utilização de filtros de sensibilidade ou gradientes. Embora não seja garantida a independência dos resultados em função da discretização com sua utilização, isto ocorre na maioria dos casos práticos. O filtro modifica as sensibilidades dos elementos baseado em um média ponderada das sensibilidades dos elementos de uma vizinhança fixada, equação 4.7, onde  $\hat{H}_f$  é dado pela equação 4.8.

$$\widehat{\frac{\partial c}{\partial x_i}} = \frac{1}{x_i \sum_{f=1}^N \hat{H}_f} \sum_{f=1}^N \hat{H}_f x_f \frac{\partial c}{\partial x_f} \quad (4.7)$$

$$\begin{aligned} \hat{H}_f &= r_{min} - \text{dist}(e, f) \\ \{i \in N \mid \text{dist}(k, i) \leq r_{min}\}, \quad k &= 1, \dots, N \end{aligned} \quad (4.8)$$

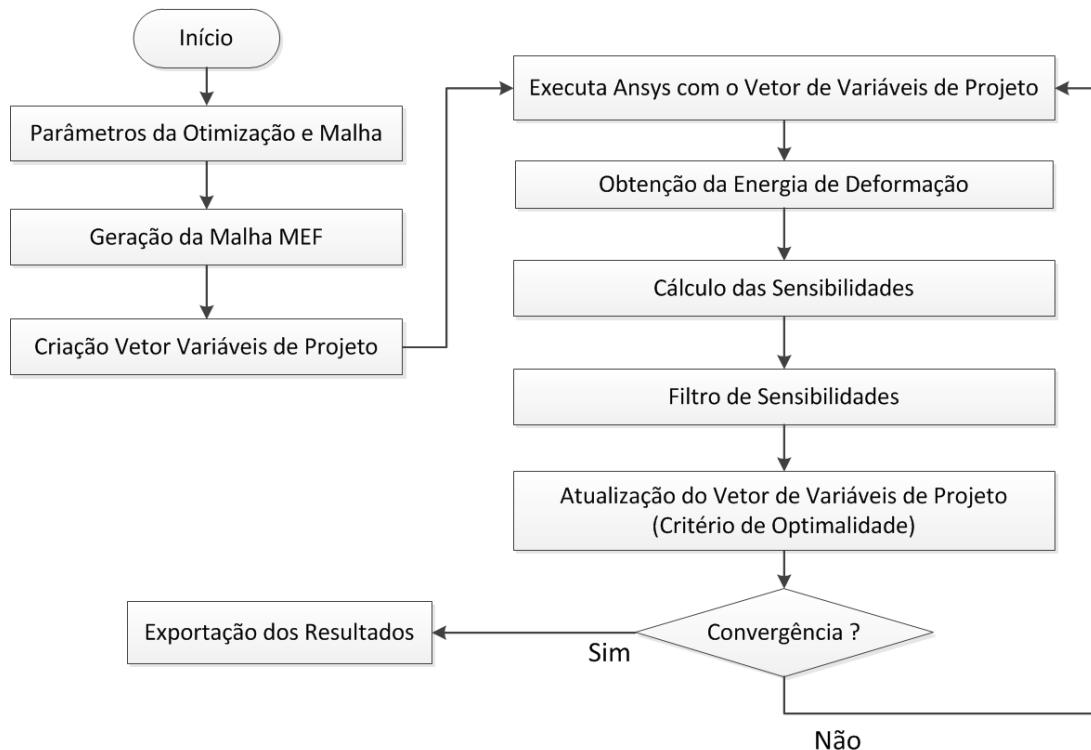
A distância entre os elementos  $e$  e  $f$  é dada pela equação 4.9, em que  $C_{i,j}$  equivale à coordenada  $i$  do centróide do elemento  $j$ . Logo, o valor de  $r_{min}$  controla quantos elementos na vizinhança afetarão o cálculo da sensibilidade do elemento  $i$ . Para valores de  $\text{dist}(e, f)$  maiores que  $r_{min}$ ,  $\hat{H}_f$  vale zero.

$$\text{dist}(e, f) = \sqrt{(C_{x,e} - C_{x,f})^2 + (C_{y,e} - C_{y,f})^2 + (C_{z,e} - C_{z,f})^2} \quad (4.9)$$

Esta abordagem também evita na maioria dos casos a ocorrência do fenômeno de tabuleiro de xadrez. Bendsøe e Sigmund (2003) apresentam em detalhes este fenômeno que surge devido a características da aproximação numérica do MEF que superestimam o valor da rigidez de uma estrutura de material composto por regiões alternadas de vazio e material. Uma outra solução para este problema poderia ser a utilização de elementos de MEF com ordem superior, de 8 a 9 nós. No entanto, devido ao custo computacional inferior, os filtros de sensibilidade se tornam mais vantajosos. No apêndice B consta a comparação dos resultados da otimização com, e sem, a utilização do filtro.

Passando para o código de OT implementado em Matlab, este baseia-se no fluxograma da figura 4.16. Em um laço externo que é executado enquanto a convergência da otimização não ocorre, o código de elementos finitos resolve os deslocamentos da estrutura para o vetor de entrada  $\mathbf{x}$ , obtém a energia de deformação utilizada para o cálculo das sensibilidades e atualiza os valores do vetor de variáveis de projeto através do Critério de Optimalidade e das sensibilidades.

A interface com códigos de MEF externos, responsáveis pela análise estrutural é feita de forma semelhante à utilizada por Guimarães (2010). O solver, no caso, Ansys, recebe na forma de um arquivo de texto o vetor com as variáveis de projeto (pseudo-densidades) para cada elemento. Este vetor é lido pelo Ansys que ajusta o valor do módulo de elasticidade do material dentro de cada elemento da malha. A análise é executada, e os valores da energia de deformação resultantes (em linguagem APDL, “SENE”) são exportados na forma de um outro arquivo de texto, que será entrada para o cálculo de sensibilidades.



**Figura 4.16:** Fluxograma do código de OT implementado em Matlab.

Para permitir a alteração de entradas da análise MEF como tamanho dos elementos da malha, valor dos carregamentos de pressão e parâmetros da geometria pelo código

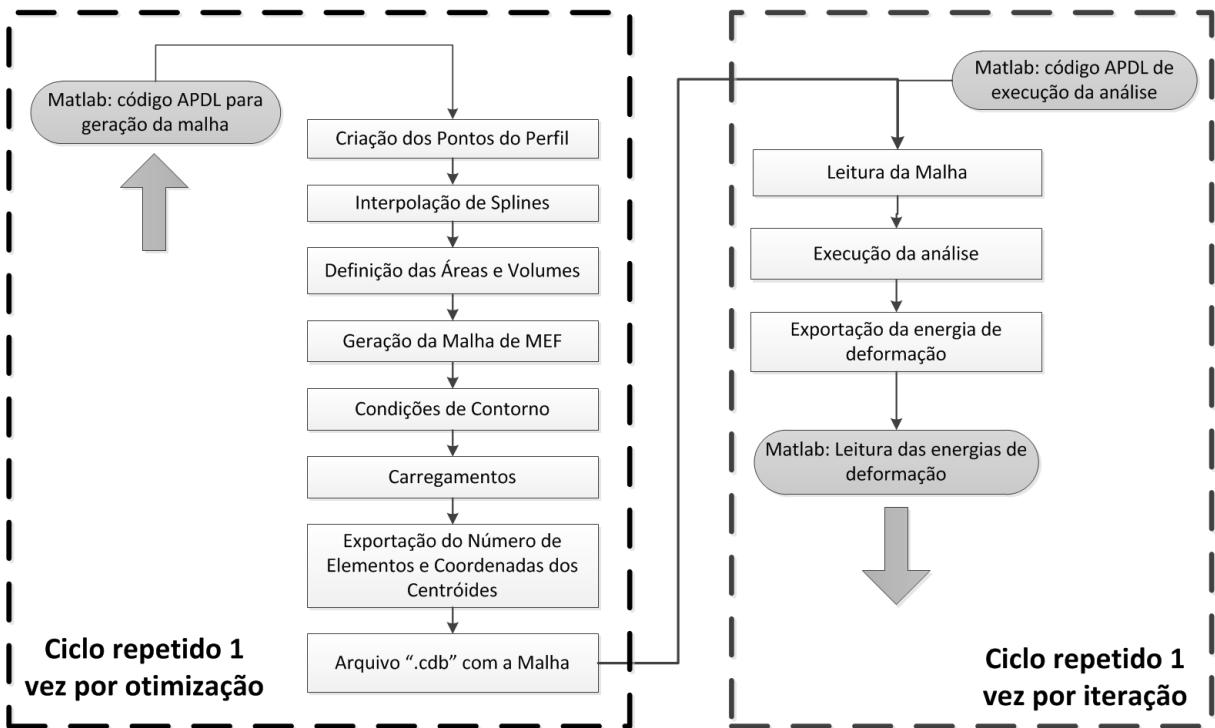
em Matlab, fez-se uso do artifício de escrita em arquivo do Matlab. Cada linha de comandos APDL do Ansys é gerada por um código Matlab que é função destes parâmetros, atualizando o arquivo APDL de entrada do Ansys automaticamente.

A geração da malha do MEF é feita também no software Ansys, por meio de códigos em APDL, escritos e alterados via Matlab. A geometria é criada por meio de splines que interpolam o perfil aerodinâmico, linhas que interligam os perfis, delimitando áreas e por sua vez volumes que conterão a malha. Gerado o volume, o mesmo é malhado com um controle de tamanho mínimo e máximo de elementos.

Após o comando de malhagem, o número de elementos resultante da malha é exportado na forma de um arquivo texto. Além disso, as coordenadas dos centróides dos elementos são também exportadas, para uso do filtro de independência da malha. Assim, o código Matlab sabe qual o tamanho do vetor de pseudo-densidades deve ser enviado para o Ansys, bem como as coordenadas dos centróides dos elementos para cálculo da distância entre elementos.

As condições de contorno e carregamento são definidas em seguida. Na área correspondente ao perfil da raiz da asa é definida condição de contorno de engaste. Na área que corresponde ao intradorso supõe-se uma pressão uniforme de magnitude positiva e na área do extradorso, uma pressão uniforme negativa. Os valores destas magnitudes foram obtidas de uma análise FSI com a mesma geometria analisada, como na seção 5.1.

Após o comando de resolução da análise exporta-se um vetor contendo os valores das energias de deformação de cada elemento, na forma de um arquivo texto. Neste ponto o ciclo de análise via “batch” encerra-se e o Matlab obtém mais uma geração de energias de deformação a partir das entradas de pseudo-densidades. Uma visão geral do processo da análise MEF em Ansys é mostrada na figura 4.17.



**Figura 4.17:** Fluxograma da análise MEF dentro do ciclo da OT.

A visualização dos resultados da otimização não ocorre de forma direta. A abertura da malha por parte do Matlab é de difícil implementação e o autor desconhece algum comando do Ansys que permita plotar os valores das propriedades de pseudo-densidade dos elementos da malha diretamente.

Para contornar esta situação, foi criado um código APDL que, a partir de uma malha previamente gerada e salva no formato “.cdb” e de um arquivo texto contendo o vetor de pseudo-densidades resultado da OT do Matlab, os valores das pseudo-densidades são inseridas como valores de temperaturas especificadas nos elementos. A partir de um laço que percorre todos os elementos, o valor de temperatura de cada elemento é alterado (comando “BFE”) e então a distribuição de temperatura é plotada (comando “EPLO”). Por meio de recursos de seleção de elementos (comando “ESEL”) entre outros, apenas determinadas faixas de pseudo-densidades podem ser exibidas, facilitando a visualização.

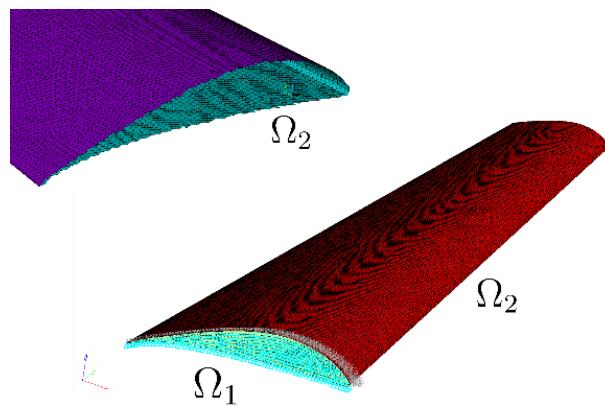
De modo a testar o funcionamento adequado do código, foram reproduzidos três casos de análise que constam em Sigmund (2001) e Bendsøe e Sigmund (2003), cujos resultados são apresentados no apêndice B. A metodologia de implementação foi exatamente a mesma descrita anteriormente, alterando-se apenas a geometria, condições de contorno e carregamentos de modo a atender aqueles casos.

Por fim, para preparar o código para o acoplamento da análise FSI foi implementada uma versão que utiliza a malha estrutural proveniente do software Altair Hypermesh e não da geração de malha interna do Ansys. Os detalhes desta implementação constam na seção 4.6.

## 4.6 Caso C: Otimização Topológica Com FSI

A implementação do caso de OT com FSI baseou-se na implementação bem sucedida do caso B (seção 4.5). O código de OT foi mantido o mesmo, sofrendo alterações apenas na malha do domínio estrutural e nas operações com os arquivos.

A análise FSI pode ter problemas com regiões sem material na interface do sólido com o fluido, em virtude da ausência de material resultar em uma baixa rigidez e por sua vez, grandes deslocamentos em regiões pontuais. Assim, torna-se necessário dividir a geometria da asa em dois domínios ( $\Omega_1, \Omega_2$ ). A região interna ( $\Omega_1$ ), onde ocorrerá a OT, e uma região externa ( $\Omega_2$ ), responsável apenas por garantir que o formato externo da asa será mantido e que haja uma transferência de carregamentos adequada entre o fluido e o sólido.



**Figura 4.18:** Definição das malhas pertencentes ao domínio otimizável ( $\Omega_1$ ), e ao domínio não otimizável ( $\Omega_2$ ).

Em uma primeira abordagem, tentou-se dividir a malha em duas regiões dentro do Ansys, de modo que o otimizador possa ter a informação de qual domínio cada elemento pertence. Assim, o otimizador pode manter fixo ou não o valor das pseudo-densidades destes elementos baseado na informação de qual volume eles pertencem.

Por meio de operações booleanas implementadas em APDL a geometria do domínio

interno e externo são geradas em volumes diferentes. Para que o solver interprete estes dois volumes como sendo um único durante a resolução do MEF, fez-se uso do comando “VGLUE” que permite unir dois volumes sem que a malha perca a informação de qual volume ela faz parte. O código de OT pode então distinguir quais elementos devem ser atualizados ou mantidos fixos ao longo das iterações.

Esta abordagem foi implementada, porém não gerou bons resultados. A espessura do domínio externo influí muito na rigidez da estrutura da asa, resultando em uma retirada de material muito grande na região interna. Ao reduzir a espessura do domínio externo o número de elementos da malha aumenta de maneira acentuada pois são utilizados elementos sólidos, inviabilizando a análise.

Assim, foi criada uma segunda abordagem, na qual os elementos do domínio externo da asa são do tipo casca, e não do tipo sólido. Ao fazer uso de elementos do tipo casca no exterior e do tipo sólido no interior, o número de elementos cai significativamente, viabilizando a análise. Além disso, torna-se mais fácil o controle da rigidez desta camada. Para geração desta malha, utilizaram-se os recursos do software Altair Hypermesh (Tools > Face) que permitem projetar as faces dos elementos da superfície da asa sobre uma malha do tipo casca. Foram utilizados o tipo de elemento SOLID185 para o domínio sólido e o elemento SHELL181 para a casca.

A exportação da malha do HyperMesh para o Ansys ocorre através de uma carta de formato “.cdb” onde constam as coordenadas dos nós dos elementos, propriedades de materiais, tipos de elementos, listagem dos elementos, bem como a definição dos carregamentos atuantes, neste caso, do tipo “SFE”. Este comando permite aplicar uma pressão especificada ou proveniente de um acoplamento FSI sobre uma face do elemento. Deve-se certificar que as unidades do Hypermesh estão coerentes com as unidades do CFX de modo a evitar problemas de transferência do carregamento.

Após observações da execução do código de importação da malha do Hypermesh, notou-se que é uma boa prática evitar a importação da carta do Hypermesh a cada laço de análise FSI. É preferível que a importação da mesma se dê apenas na primeira chamada da função de análise FSI e que nesta, seja salvo o estado atual da malha importada no formato “.db” para posterior utilização pelas chamadas de laços subsequentes (comando “RESUME”).

Neste caso, uma abordagem diferente para obtenção dos valores de energia de de-

formação dos elementos (SENE) teve que ser adotada. A análise MEF ocorre comandada pelo CFX nos pontos de transferência de cargas e deslocamentos. Assim, o código APDL não pode ser modificado livremente, além de ter que obedecer a uma sintaxe fixa. Uma alternativa implementada foi a leitura do arquivo de resultados “.rst” da última iteração de cálculo estrutural dentro do laço FSI. Por meio de operações de pastas comandadas pelo Matlab, este arquivo é aberto pelo Ansys, que exporta os valores de energia de deformação após o término das iterações ou convergência de simulação FSI.

Em virtude da cada laço de análise FSI levar cerca de 50 minutos para sua execução (máquina Intel Core i7 950 3.07 GHz com 12 GB de RAM, utilizando 4 núcleos), desenvolveram-se em Matlab rotinas que permitem o reinício da otimização caso ocorram falhas no equipamento, além de saídas sobre o estado da otimização e das variáveis aerodinâmicas a cada iteração no formato “.xls”. Os arquivos de resultado tanto da simulação CFD quanto MEF da última iteração também ficam disponíveis para utilização.

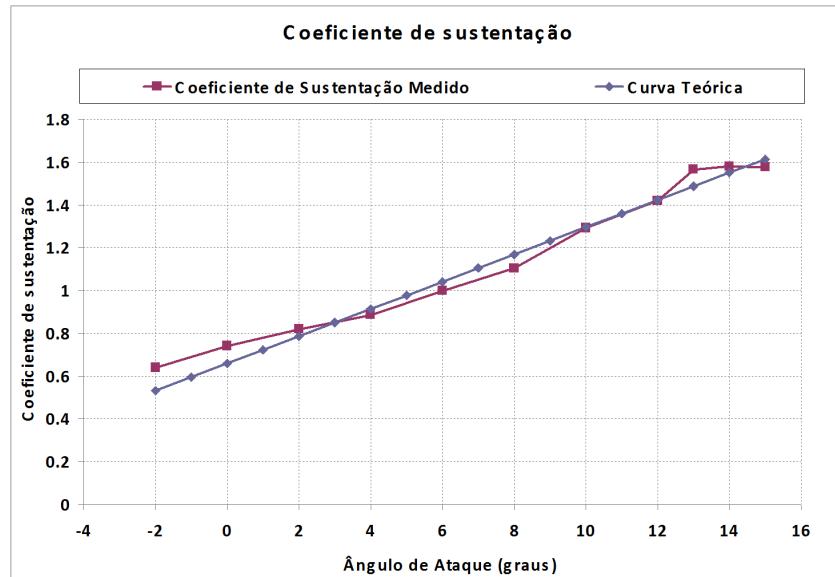
## 5 RESULTADOS

Durante a primeira etapa do trabalho foram gerados resultados preliminares que visam a avaliação do laço FSI desenvolvido. Na seção 5.1 são apresentados os resultados de análises isoladas de FSI e na seção 5.2 a primeira implementação deste laço em uma otimização, com a principal finalidade de avaliação dos modelos e de sua performance. As seções 5.3 e 5.4 mostram os resultados das implementações de otimização topológica.

Todos exemplos de resultados da metodologia desenvolvida foram obtidos com base no modelo da aeronave da Equipe Poliaclive de Aerodesign do ano 2008 (figura 1.3), cujos principais dados encontram-se resumidos na tabela 5.1. Na figura 5.1 é exibida a curva de sustentação global da aeronave teórica em função do ângulo de ataque da fuselagem, e a obtida por ensaios de túnel de vento no IPT, realizados pela equipe em julho de 2008.

**Tabela 5.1:** Parâmetros da asa simulada.

Parâmetro	Valor
Razão de Aspecto	7,55
Envergadura	2,87 m
Área em planta	1,09 $m^2$
Afilamento	0,43
Torção geométrica	3°
Corda Raiz	0,53 m
Corda Ponta	0,23 m
Perfil	Wortmann FX-74
$CL_0$	0,484
$CL_\alpha$	$4,052 \ rad^{-1}$
$CL_{max}$	1,758
$\alpha_{stall}$	18°
Número de Oswald	0,988



**Figura 5.1:** Curva do coeficiente global de sustentação da aeronave em função do ângulo de ataque da fuselagem - projeto “BRUTO” da equipe Poliaclive de Aerodesign 2008.

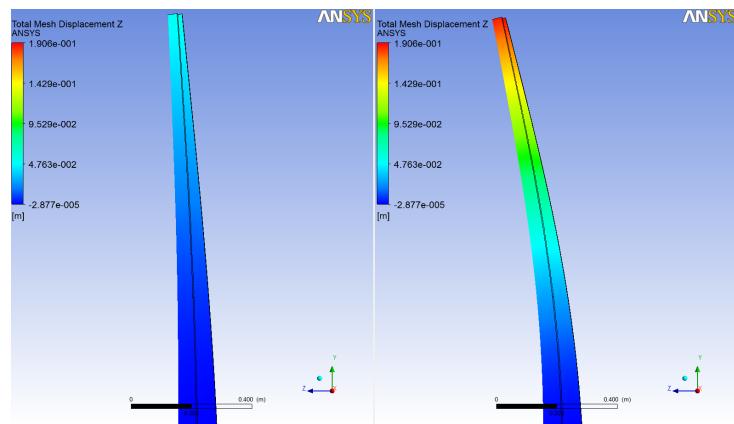


**Figura 5.2:** Detalhe da asa em software CAD - projeto “BRUTO” da equipe Poliaclive de Aerodesign 2008.

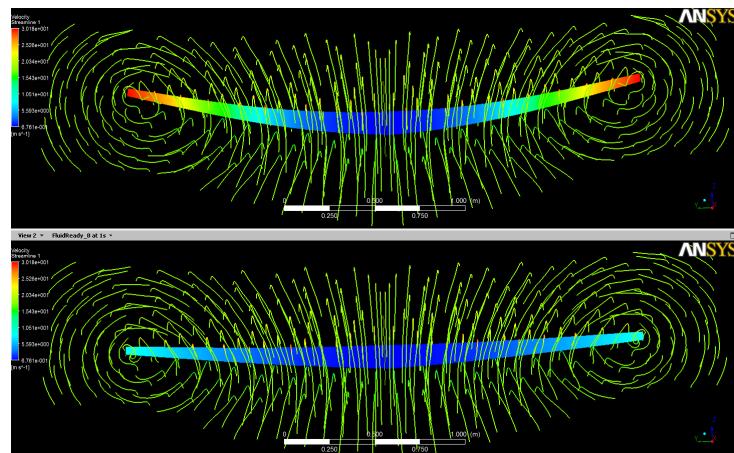
## 5.1 Análises FSI isoladas

Para o modelo estrutural considerou-se a superfície externa da asa idêntica à da aeronave “BRUTO” e seu interior completamente sólido, com canais próximos ao bordo de ataque e de fuga, criando uma longarina ao longo da envergadura (figura 3.5). O valor da rigidez do elemento é feita variar para analisar o efeito de uma diminuição da rigidez estrutural da asa no escoamento. Nas figuras apresentadas, para comparação, a diferença de rigidez é de um fator 2,5.

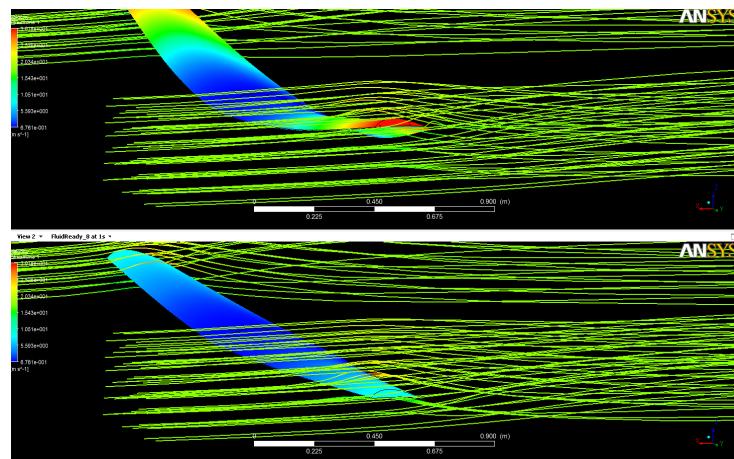
Como condições de contorno da análise MEF, considerou-se engaste em toda a região do perfil da raiz da asa, e interação fluido-estrutura no extradorso, intradorso e ponta da asa (vide seção 4.2.2). As condições de contorno e malha empregada na análise CFD são as mesmas apresentadas na seção 4.2.1. A velocidade do escoamento foi mantida em 18 m/s, normal à parede de entrada, adotando-se o modelo de turbulência SST. As propriedades do fluido consideradas foram: ar atmosférico com densidade de  $1,225 \text{ kg/m}^3$ , temperatura de  $15^\circ\text{C}$  e pressão de 1 atm, ou seja, altitude densidade nula.



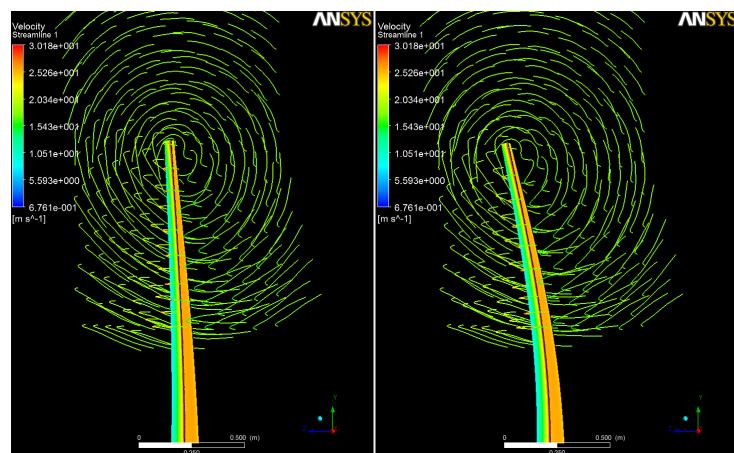
**Figura 5.3:** Comparação de deslocamentos da semi-envergadura com a rigidez dos elementos estruturais diferentes por um fator 2,5.



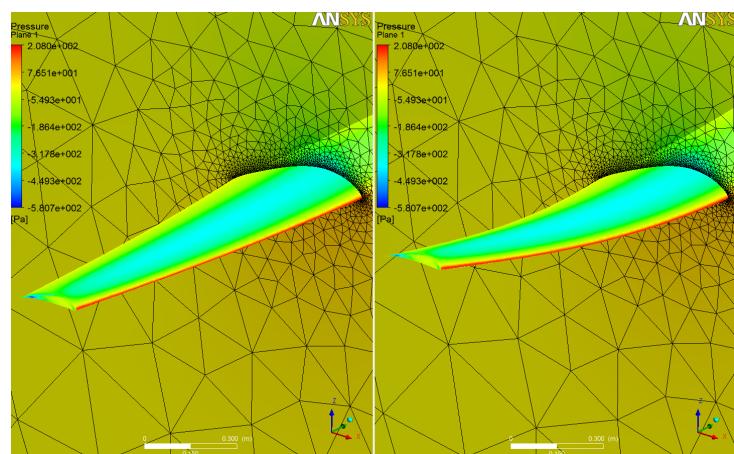
**Figura 5.4:** Efeitos do deslocamento da asa no escoamento à jusante.



**Figura 5.5:** Modificação do escoamento na região da ponta da asa.



**Figura 5.6:** Detalhe do vórtice de ponta de asa e sua deformação em função do deslocamento da asa.



**Figura 5.7:** Comparaçāo das distribuições de pressāo.

## 5.2 Caso A: Otimização Paramétrica

A otimização paramétrica foi construída dentro do ambiente ModeFrontier, cuja formulação consta na seção 3.3, e implementação na seção 4.4. O módulo de elasticidade do material utilizado na estrutura foi mantido constante no valor de 100 MPa (obtido após testes efetuados na seção 5.1). A variável de posicionamento da longarina assumia os valores discretos entre 1 e 10, com incrementos unitários, onde esta variável representava o número do ponto da curva do perfil em que a longarina começava. Sua espessura, medida também em função do número de pontos da curva do perfil, poderia assumir os valores de 1 a 9, com incrementos unitários.

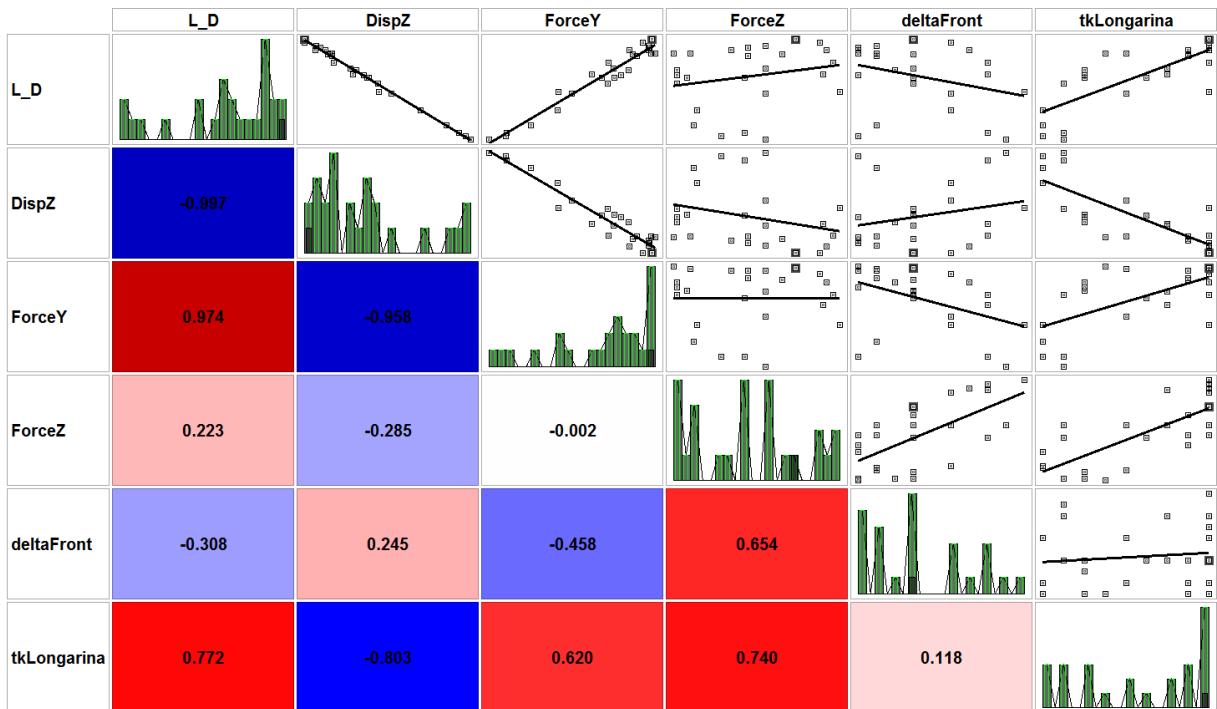
O modelo MEF utilizou as condições de contorno de engaste em toda a região do perfil da raiz da asa, e interação fluido-estrutura no extradorso, intradorso e ponta da asa, com os ajustes descritos na seção 4.2.2. Para o modelo fluido, foi considerada a malha apresentada na seção 4.2.1, condições de contorno de entrada “inlet” com velocidade de escoamento paralela à corda da asa de 18 m/s, de saída “outlet” com pressão relativa nula, na superfície da asa condição de parede sem escorregamento e na parede do engaste, condição de simetria. A simulação foi executada com modelo de turbulência SST, fluido considerado sendo o ar atmosférico com densidade de  $1,225 \text{ kg/m}^3$ , temperatura de 15 °C, pressão de 1 atm, ou seja, altitude densidade nula.

A população inicial do Algoritmo Genético foi definida a partir do modelo SOBOL (proprietário do ModeFrontier) que permite uma grande dispersão dos pontos entre as variáveis de projeto. Esta população continha 16 indivíduos aleatoriamente espaçados ao longo do domínio de projeto e o algoritmo genético foi executado com probabilidades de “crossing-over”, seleção e mutação de 50%, 10% e 10%. Desta maneira, maximiza-se a avaliação de configurações distintas entre si, em diversas regiões do domínio de projeto.

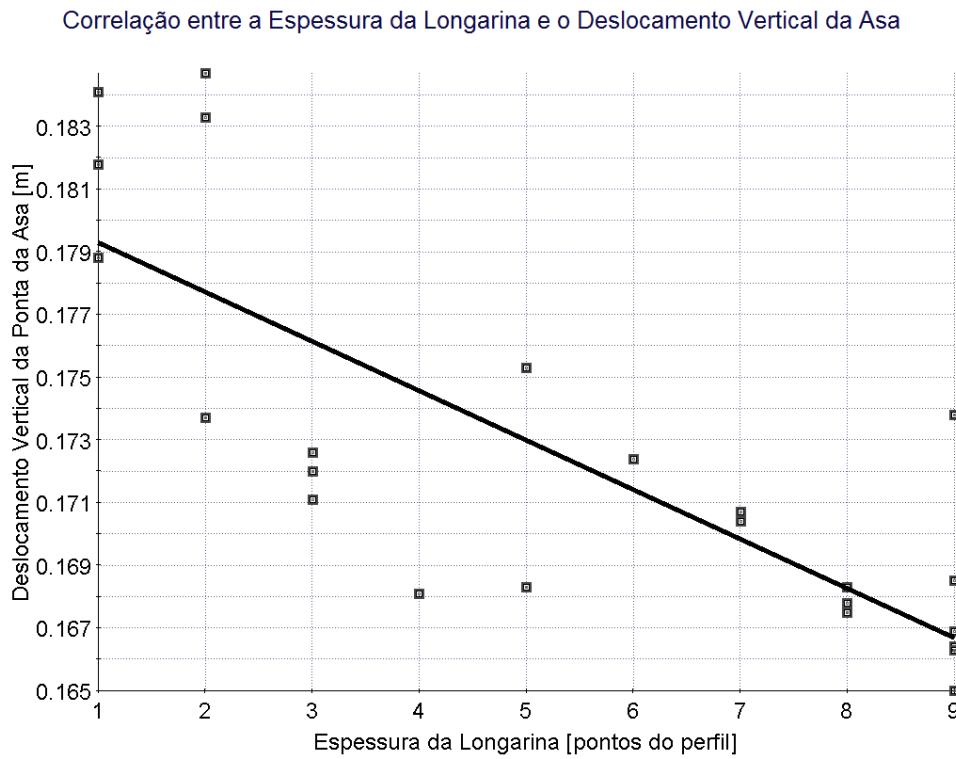
Resultados condizentes com o comportamento esperado foram obtidos, relacionados nas figuras 5.8 à 5.11, sob a forma de gráficos de correlação entre os parâmetros de projeto. O deslocamento da ponta da asa mostrou-se coerente com as alterações na estrutura interna. Conforme o aumento da espessura da longarina, o que resulta em um aumento da rigidez à flexão da asa, menor o deslocamento da ponta. No mesmo sentido, quanto mais afastada a longarina está do bordo de ataque, maior a rigidez à torção da asa, ocasionando menores valores de torção ao longo da envergadura, reduzindo a perda de sustentação em virtude da torção que reduz o ângulo de ataque efetivo no perfil.

Nota-se pela figura 5.11 que surge um comportamento de solução de compromisso entre a maximização da eficiência aerodinâmica ( $L/D$ ) e a minimização da massa da estrutura, traduzida sob a forma de maximização do deslocamento vertical da ponta da asa. Não é possível obter uma estrutura ótima do ponto de vista de mínima massa e ao mesmo tempo, ótima do ponto de vista de máxima eficiência aerodinâmica.

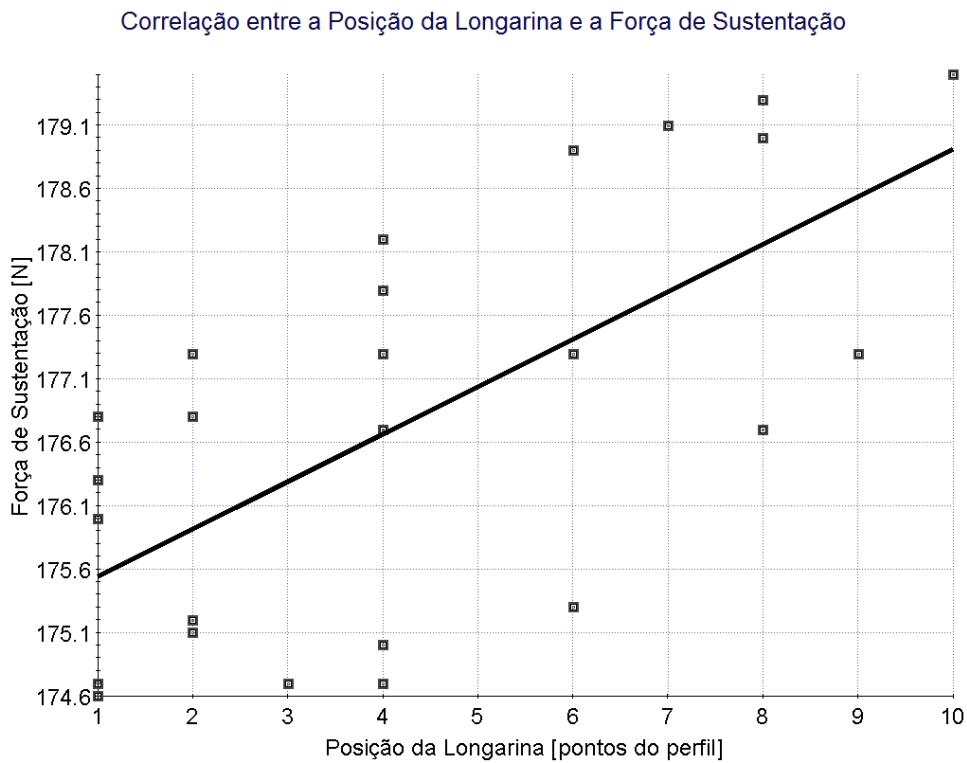
Pensando-se em uma solução de projeto, o objetivo de minimização da rigidez estrutural (que tende a resultar em estruturas mais leves) caminha em sentido oposto a uma maximização do arrasto aerodinâmico, fortemente correlacionado com o consumo de combustível da aeronave. Em uma condição de voo de cruzeiro, existe o equilíbrio entre as forças aerodinâmicas de arrasto e a tração do(s) motor(es). Quanto menor a força de arrasto, menor a força demandada do(s) motor(es), implicando em um menor consumo de combustível. Assim, cabe ao projetista definir qual o “preço” deseja-se pagar em termos de peso da estrutura de modo a não comprometer a eficiência aerodinâmica da asa e portanto, o consumo de combustível em cruzeiro, por exemplo.



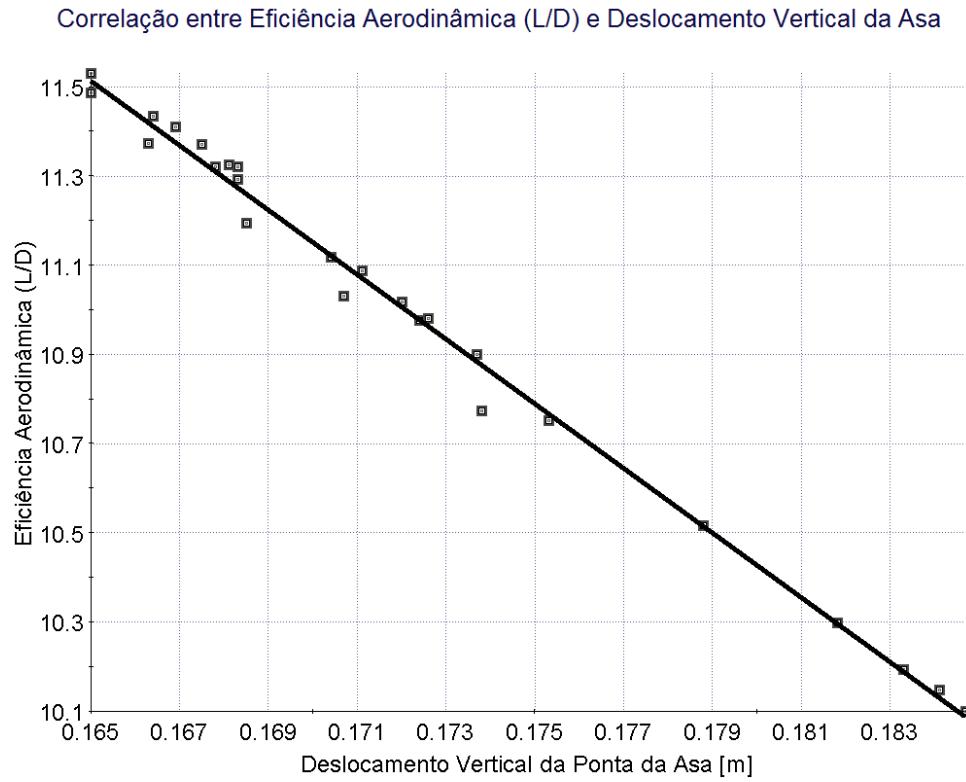
**Figura 5.8:** Matriz de correlações entre as entradas, saídas e o objetivo, como definidos na seção 4.4.



**Figura 5.9:** Correlação entre a espessura da longarina e o deslocamento vertical da ponta da asa.



**Figura 5.10:** Correlação entre a posição da longarina e a força de sustentação da asa.



**Figura 5.11:** Correlação entre a eficiência aerodinâmica e o deslocamento vertical da ponta da asa.

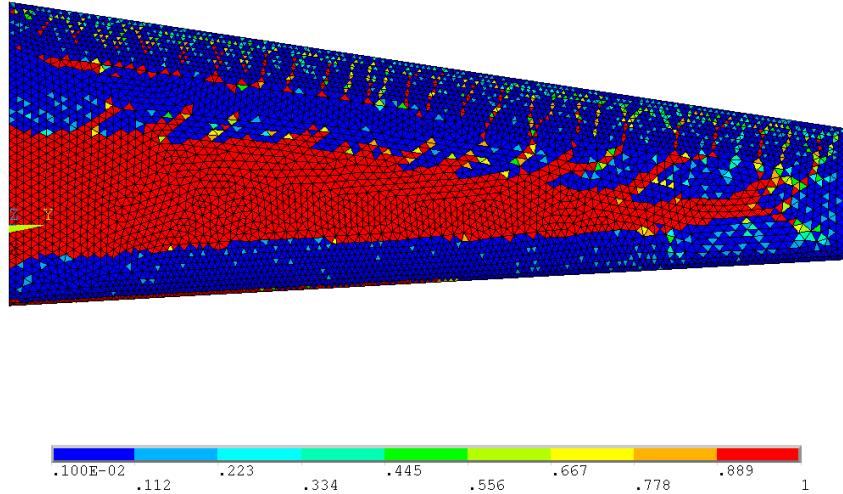
### 5.3 Caso B: Otimização Topológica Sem FSI

Após a comprovação do sucesso na implementação do código de OT (apêndice B), os primeiros resultados da OT com a condição de carregamento CFD fixo foram gerados. O carregamento adotado foi de pressão uniforme no intradorso de 250  $Pa$  e no extradorso de -760  $Pa$ , cujos valores provém das análises do laço de FSI isolado da seção 5.1.

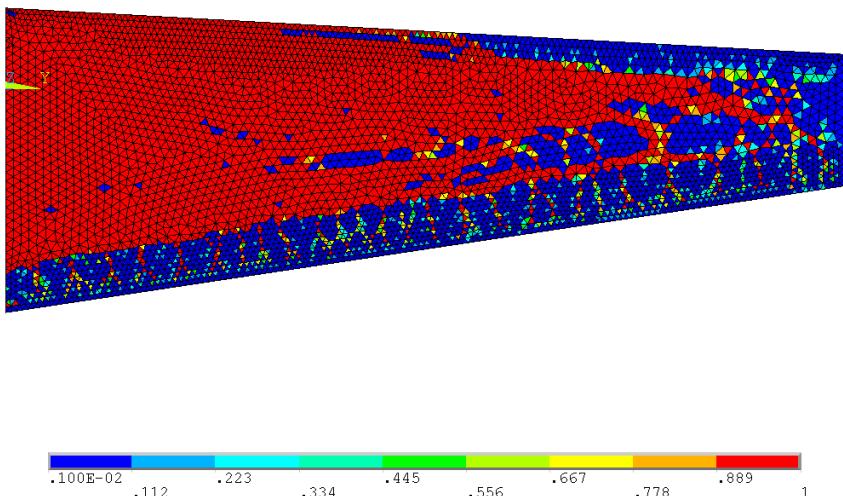
Como explicado na seção 4.5 foi considerado um domínio único, com elementos do tipo sólido, tanto para a parte interior da asa quanto para a região de interface com o fluido. Os primeiros casos analisados consideraram uma fração de volume de 50%, tamanho mínimo de elemento da malha de MEF igual a 10  $mm$  e máximo de 15  $mm$ .

Com os filtros de sensibilidade desligados, os resultados apresentaram o comportamento das figuras 5.12 e 5.13 cobrindo o extradorso e o intradorso, respectivamente. Todos os resultados de OT adotam a mesma correlação de cores. Os elementos vermelhos possuem pseudo-densidade unitária, ou seja, indicam presença de material. Por outro lado, elementos azuis possuem pseudo-densidade nula, ou seja, representam ausência de

material.

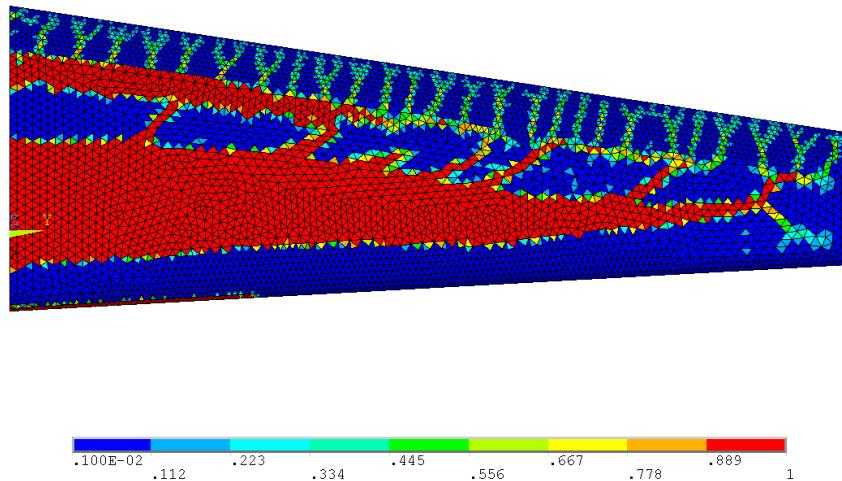


**Figura 5.12:** Resultados do extradorso da asa, carregamento CFD fixo, sem filtro.

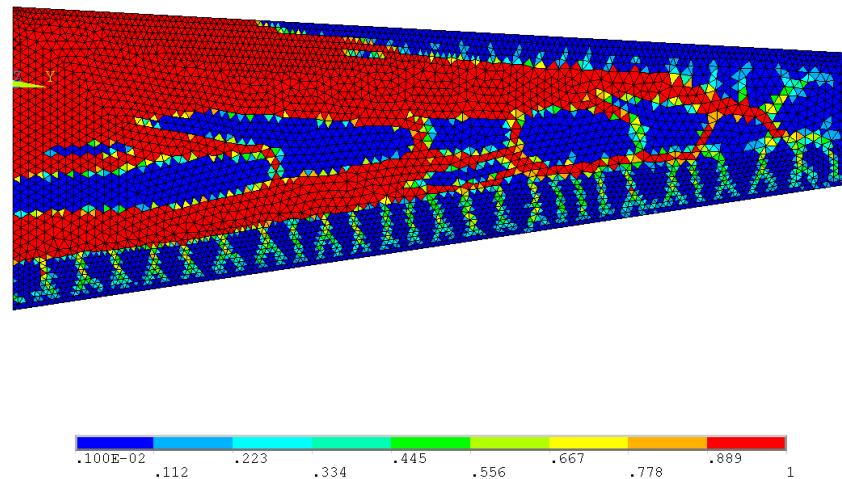


**Figura 5.13:** Resultados do intradorso da asa, carregamento CFD fixo, sem filtro.

Com a ativação do filtro de sensibilidade ( $r_{min} = 1.5$ ) a definição do contorno da geometria melhorou, como mostram as figuras 5.14 e 5.15.

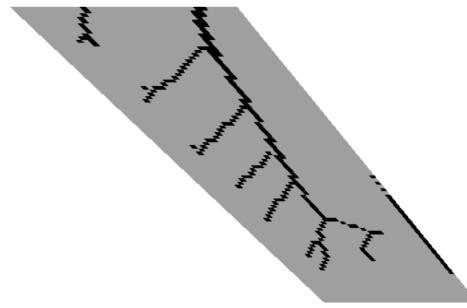


**Figura 5.14:** Resultados do extradorso da asa, carregamento CFD fixo, com filtro.



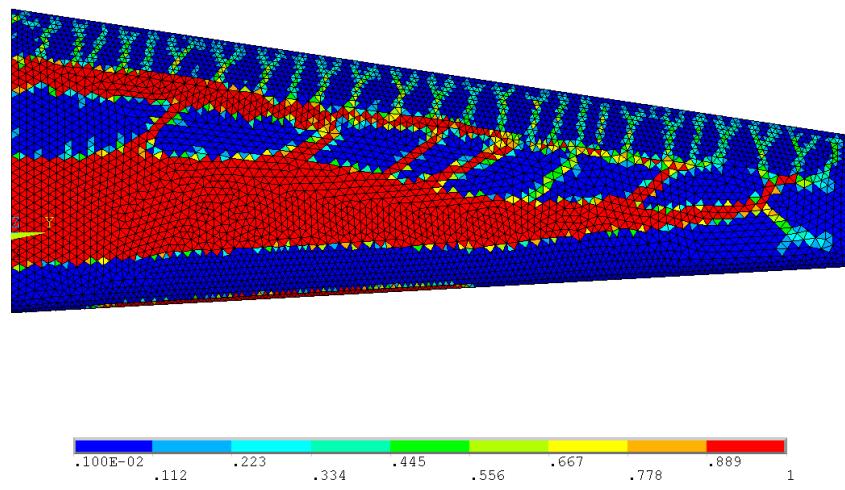
**Figura 5.15:** Resultados do intradorso da asa, carregamento CFD fixo, com filtro.

Este tipo de solução vai de encontro aos obtidos por Maute e Allen (2004). Embora não seja adequado relacionar diretamente os resultados devido às diversas diferenças de modelos existentes, nota-se que existe uma certa correlação com os resultados de Maute e Allen (2004) reproduzidos na figura 5.16. Chamam a atenção as geometrias de menor escala no formato que se assemelham à raízes de árvores, ou dendritos de conexões nervosas do corpo humano. No ramo de otimização é comum que determinadas soluções mantenham uma semelhança com padrões observados na natureza. No entanto, este comportamento não foi investigado profundamente por limitações de custo computacional e de fabricação, tornando-se prematuras quaisquer conclusões acerca dele.

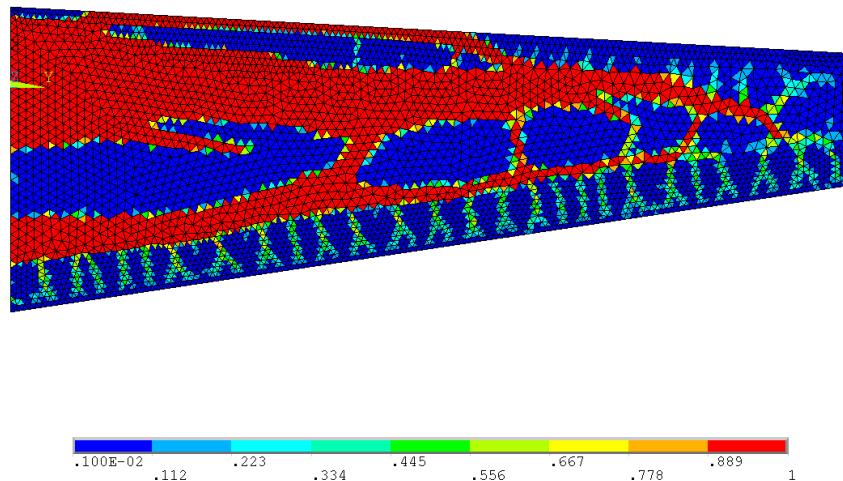


**Figura 5.16:** Reprodução dos resultados obtidos por Maute e Allen (2004) na OT com carregamentos de pressão fixo (CPR).

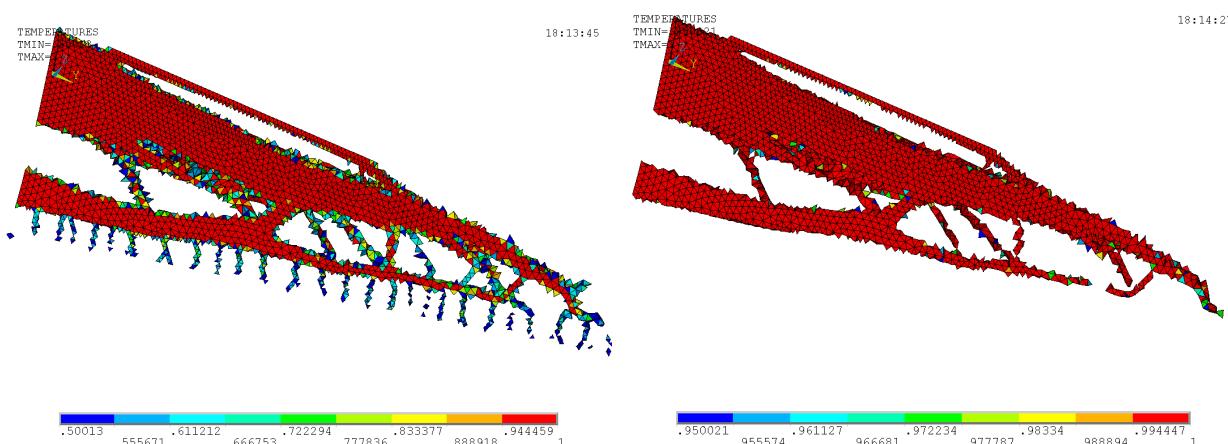
A redução no valor da restrição de volume levou a resultados esperados, com alterações significativas somente no intradorso da asa, onde ocorreu uma remoção de material mais acentuada originando novos buracos de ausência de material. Na figuras 5.17 e 5.18 são exibidos estes resultados, e na figura 5.19 uma comparação entre os elementos com pseudo-densidade maior que 0.5 e 0.95 respectivamente.



**Figura 5.17:** Resultados do extradorso da asa, carregamento CFD fixo, restrição de volume 30 %.

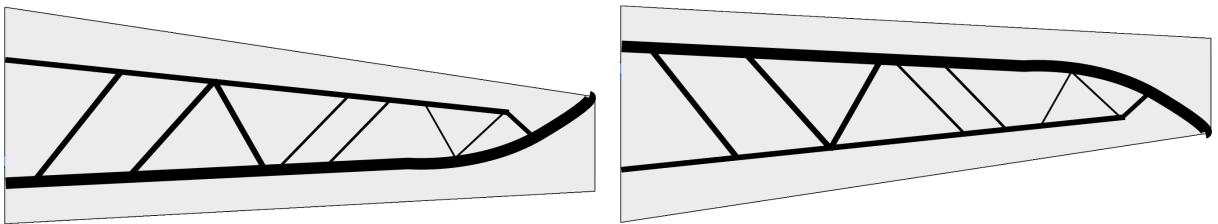


**Figura 5.18:** Resultados do intradorso da asa, carregamento CFD fixo, restrição de volume 30 %.



**Figura 5.19:** Resultados com restrição de volume de 30%; à esquerda, apenas pseudo-densidades maiores do que 0.5, à direita, maiores que 0.95.

A partir deste ponto, cabe ao projetista a interpretação da OT e seu refinamento. As tendências de acúmulo de material representam regiões onde o material deve estar colocado. No entanto, devido a possíveis restrições de manufatura, requisitos de outros núcleos de projeto, como Sistemas por exemplo, esta geometria pode não ser seguida estritamente. Para exemplificar, a figura 5.20 ilustra uma interpretação possível do autor, com o posicionamento do material determinado pelas linhas pretas e seu reforçamento, pelas espessuras das linhas. Áreas fora destas linhas não teriam caráter estrutural, apenas de manutenção do contorno aerodinâmico e suporte de subsistemas da aeronave.



**Figura 5.20:** Proposta de interpretação possível do resultado de OT. As posições das linhas em preto representam áreas de colocação de material, enquanto suas espessuras, uma tendência de reforçamento. À esquerda, vista do extradorso; à direita, do intradorso.

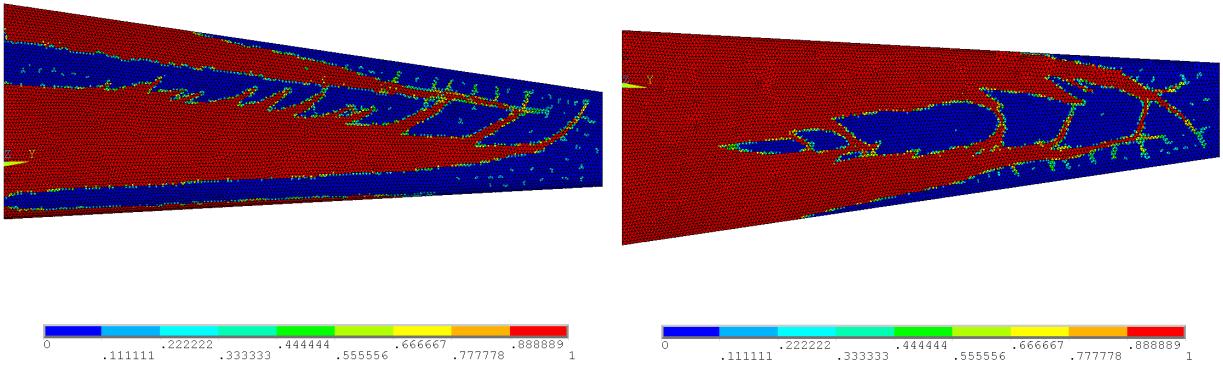
Esta interpretação concebe uma estrutura formada por 2 longarinas, uma próxima da região de 25% da corda e outra mais próxima do bordo de fuga, em 70% da corda. Entre as longarinas, estruturas semelhantes a nervuras interligam as longarinas, cujas direções e espessuras foram definidas a partir do resultado da OT. Facilitando a fabricação, a estrutura não se modifica no sentido da espessura do perfil.

De posse desta concepção de estrutura, a próxima etapa de projeto seria o refinamento desta solução, através por exemplo, de uma OT apenas sobre o domínio formado pelas linhas pretas. Esta otimização forneceria uma distribuição ótima de material no sentido da espessura do perfil, definindo um ponto de partida para o projeto das nervuras e longarinas. Em seguida, uma otimização paramétrica como a do caso A, permitiria estabelecer parâmetros mais específicos, como espessuras de material, raios de arredondamento, entre outros. Para não fugir do escopo deste trabalho e evitar a análise de casos muito específicos, estas etapas de projeto não são exemplificadas.

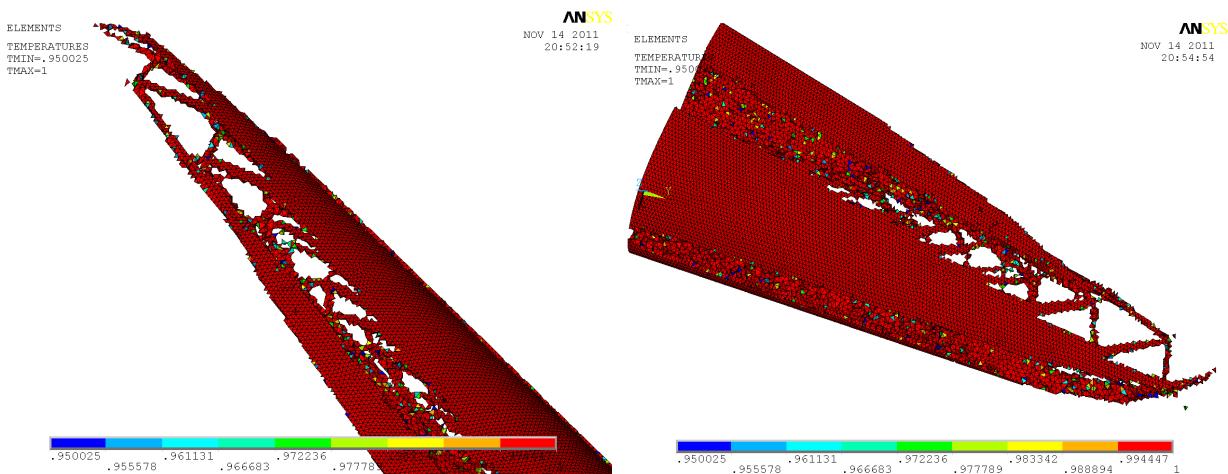
Como não foi definido que a região de interface sólido fluido não poderia ser alterada, a otimização retirou materiais desta região, o que no caso do acoplamento com o código de análise FSI poderia levar a problemas. Além disso, em um primeiro momento não é interessante que a otimização abra buracos nesta região de interface pois a aerodinâmica seria bastante prejudicada. As medidas tomadas para contornar este problema constam na seção 4.6.

Estas medidas incluíram a utilização do software Altair Hypermesh para geração da malha de elementos finitos utilizada pela otimização. Isto permite uma flexibilidade maior dos tipos de geometrias que podem ser usadas na otimização, dado que os comandos de geração da malha do pré-processador Ansys são limitados. Assim, esta implementação

foi aproveitada para análises mais refinadas do caso B, apresentadas a seguir.



**Figura 5.21:** Resultado com fração de volume de 58%; à esquerda, extradorso, e à direita, intradorso.

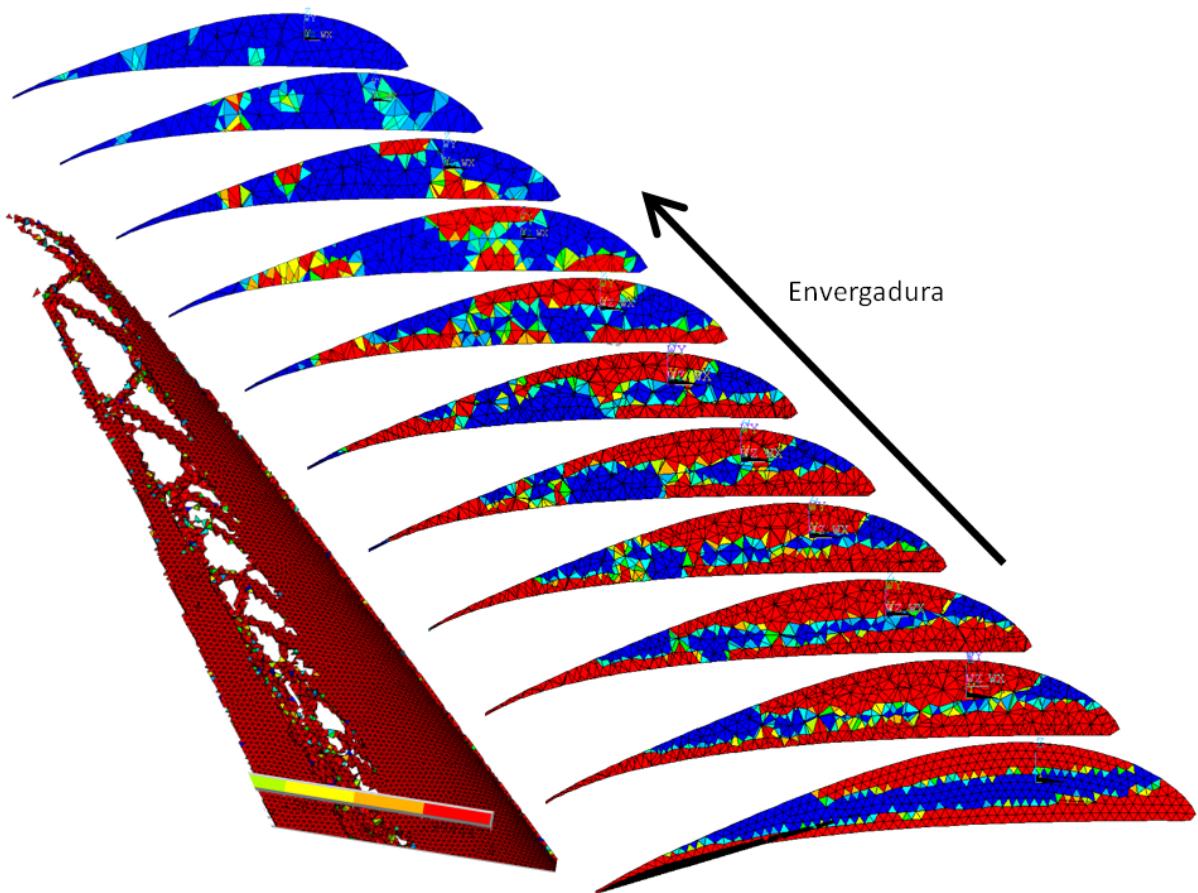


**Figura 5.22:** Visualização tridimensional do resultado da OT.

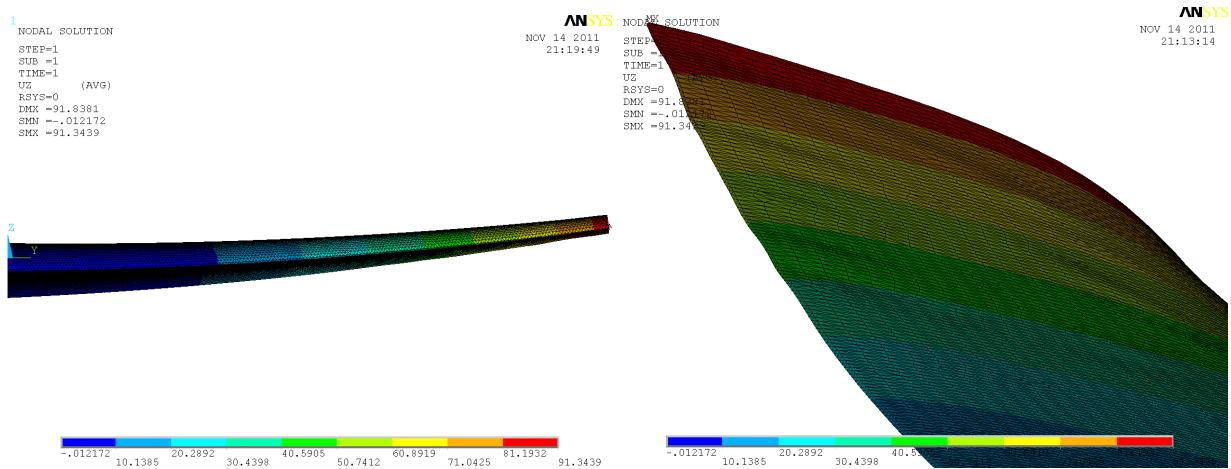
Durante os testes de implementação notou-se que o comportamento de distribuição do material é dependente da relação de rigidez entre o material sólido interno e o material da casca. Quanto maior a diferença entre elas, menor foi a aglomeração de material em apenas uma região e maior foi a quantidade de “buracos” abertos na estrutura. Em parte, isto pode ser explicado pela distribuição de carregamentos entre a casca e o sólido. Quanto menor a relação de rigidez, mais a casca é solicitada, reduzindo os esforços atuantes na região interna. Com isso, a sensibilidade das pseudo-densidades se torna menor e portanto, o resultado torna-se menos dependente da distribuição de material interno. Os resultados mostrados utilizaram uma rigidez da casca 100 vezes menor do que a rigidez dos elementos sólidos.

Pode-se atribuir a diferença de distribuição de material entre os dois casos a duas

características: melhor discretização do domínio e presença da malha casca. A OT é conhecida por fornecer resultados que não tem garantia de ótimo global, e também por ser dependente do tamanho de elemento da malha. Certas geometrias de menores dimensões somente podem ser visualizadas caso a dimensão do mínimo tamanho de elemento seja inferior à representação desta geometria. Nos resultados com malha via Hypermesh, mais discretizadas (tamanho máximo de elemento 8 mm), uma estrutura com geometrias menores surge na região interna da asa. Além disso, como explicado anteriormente, a distribuição de carregamentos e deslocamentos ocasionada pela rigidez da malha casca altera o resultado, modificando o comportamento de menor escala da otimização, representado pelas raízes ou dendritos observados no primeiro caso.



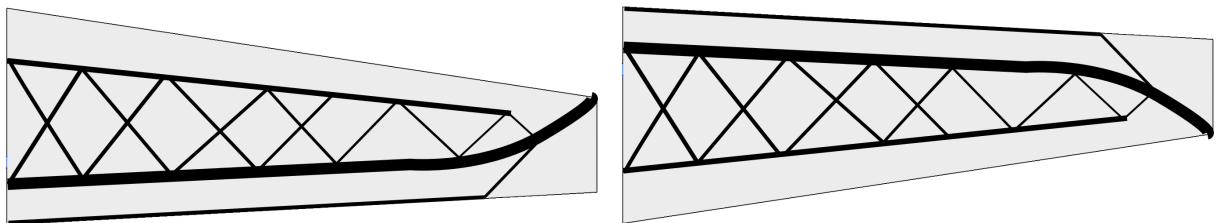
**Figura 5.23:** Cortes ao longo da envergadura da geometria otimizada obtida.



**Figura 5.24:** Geometrias obtidas da OT na configuração deformada. À esquerda, deslocamentos verticais ao longo da envergadura; à direita, os deslocamentos localizados em virtude da ausência de material na região sob a casca (unidades em mm).

Nota-se na figura 5.24 à direita, que a malha casca no entorno dos elementos sólidos funcionou de forma adequada, minimizando os valores de deslocamentos localizados originados pela ausência de material sob a casca. Estes “abaulamentos” surgidos na interface sólido com fluido são absorvidos pela deformação da malha CFD, como mostrado na seção 4.2.3.

Novamente, foi feita uma interpretação possível do resultado da OT, agora para o caso B com malha do Hypermesh (figura 5.25). O foco da interpretação esteve na factibilidade de construção da geometria proposta, tentando-se identificar padrões que levassem a estruturas mais facilmente fabricáveis, especialmente na escala de uma aeronave UAV.



**Figura 5.25:** Proposta de interpretação possível do resultado de OT. As posições das linhas em preto representam áreas de colocação de material, enquanto suas espessuras, uma tendência de reforçamento. À esquerda, vista do extradorso; à direita, do intradorso.

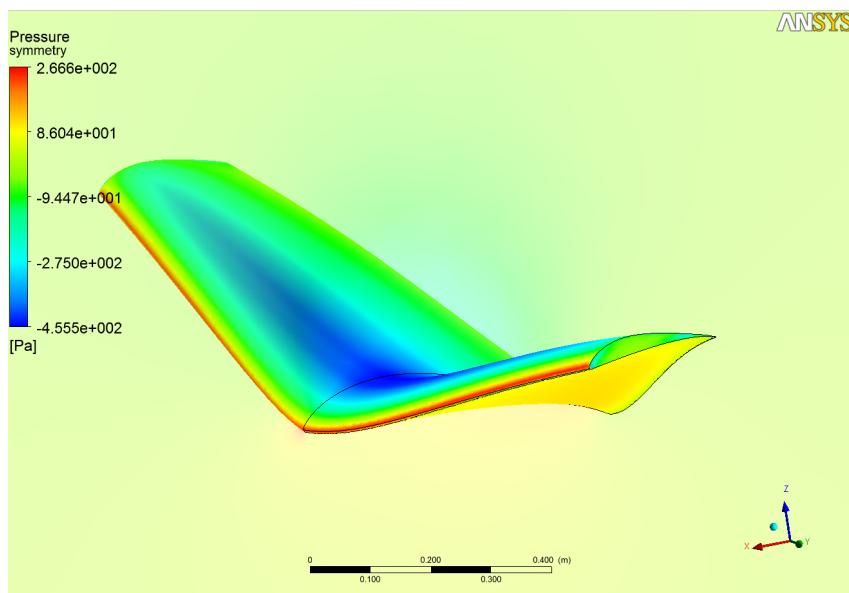
Optou-se pela adoção de uma longarina principal mais espessa e uma segunda longarina, menos solicitada, semelhante ao primeiro caso. Entre elas uma estrutura “ner-

vurada” com os ângulos das mesmas em relação à longarina lembrando treliças.

## 5.4 Caso C: Otimização Topológica Com FSI

Com a implementação mostrada na seção 4.6 o ajuste da relação entre a rigidez da casca e do sólido e também de seus valores absolutos foi re-analisada. Verificaram-se os limites de deslocamentos que a malha CFD poderia suportar enquanto afetando o mínimo possível a sensibilidade das pseudo-densidades. A relação entre os valores de rigidez foi mantida em 1700, para todos os resultados apresentados. Fisicamente, o controle da rigidez da casca pode ser entendido como uma variação da espessura da mesma, mantido o material constante ou ainda, como uma seleção de material conjunta entre o interior e a casca.

Com o objetivo de analisar o comportamento da análise FSI em um dos casos de maiores deslocamentos da estrutura, congelou-se a otimização na primeira iteração da OT, onde a fração de volume de material de todos os elementos é igual a 30%. Os resultados de deslocamentos da estrutura associados à pressão atuante na superfície são mostrados na figuras 5.26 e 5.27.



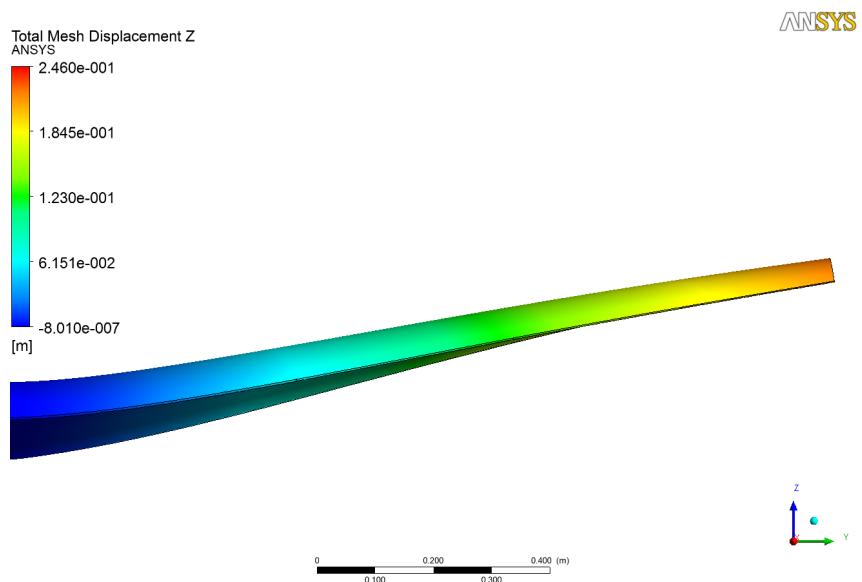
**Figura 5.26:** Distribuição de pressões sobre a geometria deformada da asa.

Na figura 5.26 ficam evidentes as modificações causadas na geometria pelo carregamento de flexão e torção ao longo da envergadura. A linha da corda do perfil, que liga o bordo de ataque ao bordo de fuga do mesmo, mostra qualitativamente a torção sofrida

pela asa ao comparar-se o perfil da raiz com o perfil da ponta. As alterações podem ser vistas também comparando-se a geometria deformada e os valores máximos (positivos e negativos) de pressão atuantes na asa, com o caso da figura A.5 onde os deslocamentos da estrutura não são contabilizados.

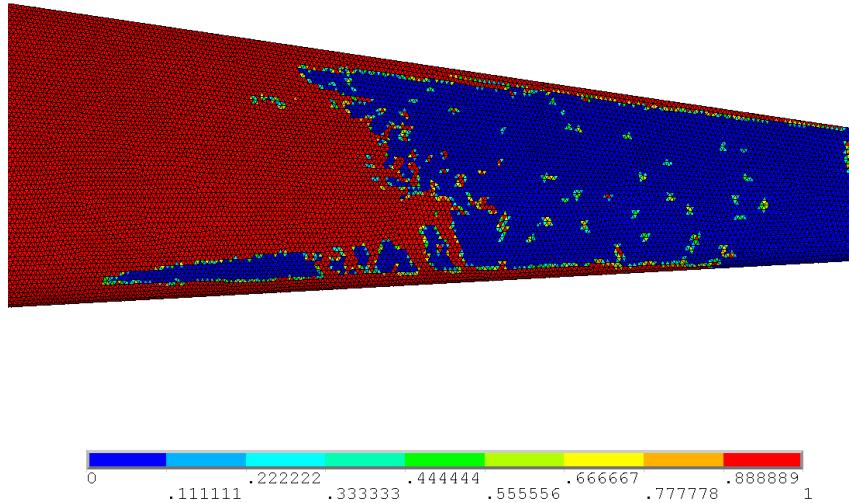
Houve uma perda de diferencial de pressão significativa, com o pico de sucção caindo de  $761 \text{ Pa}$  para cerca de  $450 \text{ Pa}$ , e o pico positivo aumentando para cerca de  $358 \text{ Pa}$ . O diferencial caiu aproximadamente  $200 \text{ Pa}$ , ou seja, 20%, impactando diretamente na força de sustentação da asa. A força resultante no eixo vertical caiu  $40 \text{ N}$ , em um total de  $180 \text{ N}$ , ou seja, perdeu-se 20% da sustentação total.

A partir de uma análise qualitativa, pode-se atribuir a perda de sustentação (provinda da perda de diferencial de pressão) principalmente à torção elevada. Nos resultados da seção 5.1, observa-se que com os níveis de torção baixos, a flexão em si não provoca grandes mudanças na distribuição de pressão. Ao reduzir os ângulos de ataque dos perfis devido à torção, os mesmos apresentam um coeficiente de pressão menor, impactando em uma redução do diferencial de pressão e na força de sustentação global da asa. A figura 5.27 reforça esta análise mostrando que o valor da derivada do deslocamento vertical em relação à posição da envergadura diminui com o aumento da torção local, em virtude da diminuição do carregamento atuante.

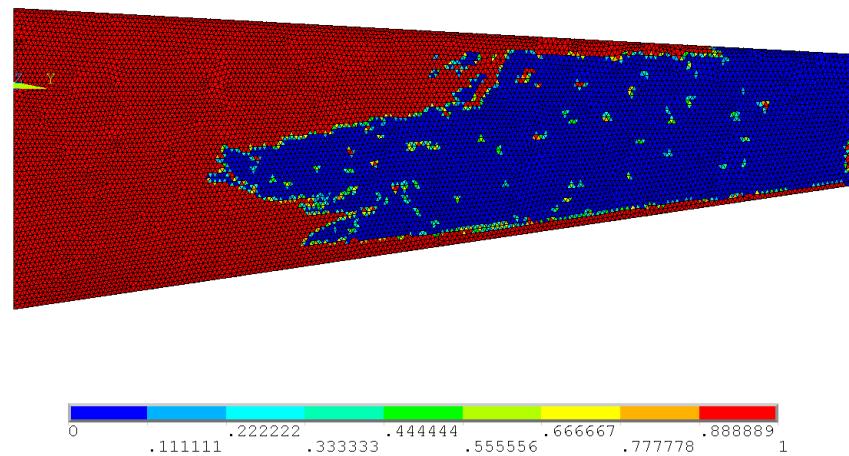


**Figura 5.27:** Distribuição de deslocamentos verticais sobre a geometria deformada.

Os resultados da OT apresentaram-se como nas figuras 5.28, 5.29 e 5.30.

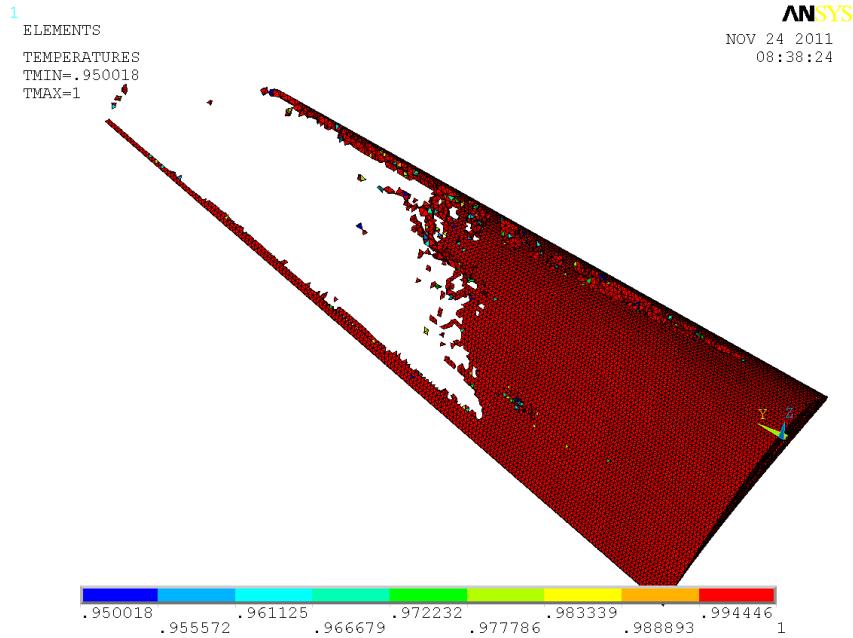


**Figura 5.28:** Resultado da OT com FSI, extradorso da asa.



**Figura 5.29:** Resultado da OT com FSI, intradorso da asa.

É possível observar uma grande concentração de material na região da raiz da asa, que chega até a metade da semi-envergadura. Surgem também duas linhas de material ao longo do bordo de ataque e do bordo de fuga. De certa forma este resultado fugiu do que se esperava após as análises sem FSI. Apenas mudanças na relação de rigidez entre casca e sólido não afetam o resultado, como comprovado por testes realizados.



**Figura 5.30:** Distribuição de material no caso da OT com FSI.

Uma interpretação deste resultado é que a OT ficou presa em um mínimo local, ocasionado pelo comportamento dos carregamentos em uma redução da rigidez da asa. Com o FSI atuante, uma diminuição de rigidez à torção implica em uma redução do carregamento, reduzindo o valor da função objetivo como formulada na seção 3.5. Este é um caminho “fácil” para a otimização, pois como a força de sustentação não é diretamente inserida na função objetivo ou restrições, sua redução não afeta o “ótimo”.

O passo natural depois de verificada esta dependência do resultado com a eficiência aerodinâmica da asa é uma reformulação da função objetivo e restrições. As mesmas devem levar em conta formas de limitação da perda de desempenho aerodinâmico, como mostrada na formulação da equação 5.1.

Minimizar : *Massa*

$\mathbf{x}$

$$\text{tal que : } L/D - (L/D)_{min} \geq 0 \quad (5.1)$$

$$u_{ponta} - u_{max} \leq 0$$

$$\mathbf{0} < \mathbf{x}_{min} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{1}$$

A implementação desta formulação depende do cálculo das sensibilidades das pseudo-densidades com os valores de sustentação e arrasto aerodinâmicos. A obtenção por di-

ferenças finitas torna-se inviável, pelo grande custo computacional de cada análise FSI. Assim, o método de cálculo das mesmas apresentada por Maute e Allen (2004) via Método Adjunto é a solução mais apropriada. Em virtude da relativa complexidade da dedução e implementação, a mesma não pode ser adotada neste trabalho e portanto, inviabilizou a implementação de uma OT com restrições que envolvessem desempenho aerodinâmico.

## 6 CONCLUSÃO

O problema de otimização estrutural de asas de aeronaves do tipo UAV acoplado com análises de interação fluido-estrutura foi desenvolvido com sucesso. Uma extensa metodologia de otimização e análise FSI foi desenvolvida. O laço de análise FSI utilizando o software comercial Ansys CFX para análise CFD juntamente com o Ansys Mechanical para análise estrutural foi automatizado de maneira a permitir abordagens de otimização tanto paramétrica quanto topológica.

Na abordagem paramétrica, associando-se o software comercial de otimização Mo-deFrontier com o laço FSI, a variação do posicionamento e da dimensão da longarina da asa em uma estrutura convencional foi avaliada. Este resultado pode ser considerado como exemplo das possibilidades do código implementado, pois a partir de geometrias pré-definidas de estrutura, sejam elas conceituais ou consagradas, um estudo paramétrico pode ser realizado encontrando-se um conjunto de parâmetros que satisfaçam aos requisitos e melhorem os objetivos da melhor forma possível.

Uma implementação de otimização topológica foi aplicada para o caso da asa de uma aeronave UAV. Partindo apenas de um contorno externo pré-definido, proveniente do projeto aerodinâmico da asa, uma distribuição otimizada de material é encontrada, levando-se em conta carregamentos do tipo pressão, obtidos de análises CFD fixas, ou do laço FSI inserido na otimização. Embora a OT com FSI não tenha produzido resultados desejados, uma nova forma de implementação foi proposta.

Com isso, pode-se afirmar que os objetivos do trabalho foram cumpridos. Uma geometria conceitual e outra, baseada em uma melhoria de um tipo de estrutura existente foi obtida. Boas práticas foram definidas, bem como os códigos implementados permitem agora automatizar grande parte do processo, tornando-se útil não somente para a geometria de asas, mas também para geometrias de pás de usinas eólicas, turbinas, entre outros.

Como possibilidades de trabalhos futuros pode-se citar o desenvolvimento de um laço de análise FSI próprio, por meio de solvers “open-source”, que permitam uma versatilidade maior. Um exemplo desta versatilidade pode ser o acesso às matrizes de rigidez dos

elementos, que associadas à formulação analítica proposta por Maute, Nikbay e Farhat (2001), permite a adoção de funções objetivo e restrições aerodinâmicas, sem uma grande penalização do ponto de vista computacional, favorecendo modelos multifísicos maiores.

Um outro exemplo de utilização mais imediata deste trabalho é a aplicação de materiais compósitos na estrutura a ser otimizada, associados a variáveis de laminação, como espessura e orientação das fibras. Isto pode ser feito diretamente no código implementado, modificando apenas o modelo de elementos finitos usado para resolver a estrutura. Isto pode ser feito de forma até mais simples, aproveitando fluxogramas de otimização de compósitos desenvolvidos por membros do laboratório de otimização.

Seguindo esta linha, o laço de otimização desenvolvido pode ser aplicado também em aplicações de projeto conceitual de aeronaves que envolvam outros núcleos, além de estruturas e aerodinâmica. Como exemplo, Gantois e Morris (2004) abordam o desenvolvimento conceitual da aeronave Airbus A380 por meio de uma ferramenta multidisciplinar que envolve parâmetros geométricos, de desempenho, estruturais, aerodinâmicos e de custos, em uma implementação de múltiplas camadas de otimização. A metodologia apresentada neste trabalho permite ser inserida em uma implementação desse tipo, auxiliando a definição de um ponto de partida do projeto conceitual.

Por meio de modificações no modelo de CFD, pode-se adequar a análise à outras condições de escoamento, como diferentes fluidos (água por exemplo), velocidades (vôo na região transônica). Assim, validações do modelo FSI podem ser realizadas, com o auxílio da asa ARW-2 e seus dados de túnel de vento, desenvolvida por Sandford et al. (1989).

## REFERÊNCIAS

- ALLEN, M.; MAUTE, K. Reliability-based shape optimization of structures undergoing fluid-structure interaction phenomena. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Elsevier Science SA, Lausanne, Switzerland, v. 194, n. 30-33, p. 3472–3495, 2005. ISSN 0045-7825.
- ANDERSON, J. D. *Computational Fluid Dynamics: The Basics with applications*. New York, USA: McGraw-Hill, 1995. 547 p. ISBN 0-07-001685-2.
- ANSYS. *ANSYS CFX-Solver Theory Guide Release 12.0*. [S.l.]: Ansys Inc., 2009a.
- ANSYS. *Theory Reference for the Mechanical APDL and Mechanical Applications Release 12.0*. [S.l.]: Ansys Inc., 2009b.
- ANSYS. *ANSYS Mechanical APDL Documentation Release 13.0*. [S.l.]: Ansys Inc., 2010a.
- ANSYS. *ANSYS Meshing User's Guide Release 13.0*. [S.l.]: Ansys Inc., 2010b.
- ANUSONI-INTHRA, P.; SARJEANT, R.; FRECKER, M.; GANDHI, F. Design of a conformable rotor airfoil using distributed piezoelectric actuators. *AIAA Journal*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reston, USA, v. 43, n. 8, p. 1684–1695, 2005. ISSN 0001-1452.
- BARCELOS, M.; MAUTE, K. Aeroelastic design optimization for laminar and turbulent flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Elsevier Science SA, Lausanne, v. 197, n. 19-20, p. 1813–1832, 2008. ISSN 0045-7825.
- BARDINA, J. E.; HUANG, P. G.; COAKLEY, T. J. NASA-TM-110446, A-976276, NASA-1.15:110446, *Turbulence Modeling Validation, Testing, and Development*. Moffett Field, California: National Aeronautics and Space Administration - Ames Research Center, Apr 1997. 100 p.
- BENDSØE, M. P.; SIGMUND, O. *Topology Optimization: Theory, Methods and Applications*. Berlin, New York: Springer Verlag, 2003. 370 p. ISBN 3-540-42992-1.
- CARDOSO, E. L. *Controle de Complexidade na Otimização Topológica de Estruturas Contínuas*. 120 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2000.
- CEZE, M. A. de B. *Projeto inverso aerodinâmico utilizando o método adjunto aplicado às equações de Euler*. 97 p. Dissertação (Mestrado) — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.
- D'ANGELO, M. M.; GALLMAN, J.; JOHNSON, V.; GARCIA, E.; TAI, J.; YOUNG, R. NASA/CR-2010-216691, *N+3 Small Commercial Efficient and Quiet Transportation for Year 2030-2035*. Hampton, Virginia: National Aeronautics and Space Administration - Langley Research Center, May 2010. 422 p.

- DOWELL, E. H. *A modern course in aeroelasticity*. 4. rev. ed. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2004. 746 p.
- ESCHENAUER, H. A.; OLHOFF, N. Topology optimization of continuum structures: A review. *Applied Mechanics Reviews*, American Society of Mechanical Engineers, v. 54, n. 4, p. 331–390, 2001.
- GANTOIS, K.; MORRIS, A. The multi-disciplinary design of a large-scale civil aircraft wing taking account of manufacturing costs. *STRUCTURAL AND MULTIDISCIPLINARY OPTIMIZATION*, Vol. 28, n. 1, p. 31–46, AUG 2004.
- GUIMARÃES, F. B. *Otimização de Máquinas Elétricas de Relutância Variável Duplamente Salientes*. 82 p. Monografia (Trabalho de Formatura) — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2010.
- HAFTKA, R. T.; GÜRDAL, Z. *Elements of Structural Optimization*. 3. ed. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1991. 481 p. ISBN 0-7923-1504-9.
- HODGES, D. H.; PIERCE, G. A. *Introduction to structural dynamics and aeroelasticity*. New York: Cambridge University Press, 2006. 170 p.
- HOFFMAN, P. *Asas da Loucura*. Rio de Janeiro: Objetiva, 2004. 326 p.
- LEOVIRIYAKIT, K.; KIM, S.; JAMESON, A. Aero-Structural Wing Planform Optimization Using the Navier-Stokes Equations. In: *10TH AIAA/AISMO MULTIDISCIPLINARY ANALYSIS AND OPTIMIZATION CONFERENCE*. Reston, USA: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2004.
- MAUTE, K.; ALLEN, M. Conceptual design of aeroelastic structures by topology optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Springer-Verlag, New York, USA, v. 27, n. 1-2, p. 27–42, 2004. ISSN 1615-147X.
- MAUTE, K.; NIKBAY, M.; FARHAT, C. Coupled analytical sensitivity analysis and optimization of three-dimensional nonlinear aeroelastic systems. *AIAA Journal*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reston, USA, v. 39, n. 11, p. 2051–2061, 2001. ISSN 0001-1452.
- MAUTE, K.; NIKBAY, M.; FARHAT, C. Sensitivity analysis and design optimization of three-dimensional non-linear aeroelastic systems by the adjoint method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, John Wiley & Sons Ltd, Baffins Lane Chichester, v. 56, n. 6, p. 911–933, 2003. ISSN 0029-5981.
- MAUTE, K.; REICH, G. Integrated multidisciplinary topology optimization approach to adaptive wing design. *Journal of Aircraft*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reston, USA, v. 43, n. 1, p. 253–263, 2006. ISSN 0021-8669.
- MEGSON, T. H. G. *Aircraft Structures for engineering students*. 4. ed. Burlington, USA: Butterworth-Heinemann/Elsevier, 2007. 804 p. ISBN 978-0-7506-6739-5.
- NEUFELD, D.; BEHDINAN, K.; CHUNG, J. Aircraft wing box optimization considering uncertainty in surrogate models. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Springer, New York, USA, v. 42, n. 5, p. 745–753, 2010. ISSN 1615-147X.

- NIKBAY, M.; FAKKUSOGLU, N.; KURU, M. N. Reliability-based aeroelastic optimization of a composite aircraft wing via fluid-structure interaction of high fidelity solvers. In: *9TH WORLD CONGRESS ON COMPUTATIONAL MECHANICS AND 4TH ASIAN PACIFIC CONGRESS ON COMPUTATIONAL MECHANICS*. Bristol, England: IOP Publishing LTD, 2010. ISSN 1757-8981.
- RAYMER, D. P. *Aircraft Design: A Conceptual Approach*. 3. ed. Reston, USA: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1999. 922 p. ISBN 1-56347-281-0.
- RESENDE, O. C. EMBRAER VPI/DAP/GAR, *The Evolution of the Aerodynamic Design Tools and Transport Aircraft Wings at Embraer*. Rio de Janeiro: ENCIT2004 - 10th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering, Dec 2004. 12 p.
- SANDFORD, M. C.; SEIDEL, D. A.; ECKSTROM, C. V. NASA-TM-109046, NAS 1.15:109046, *Steady pressure measurements on an Aeroelastic Research Wing (ARW-2)*. Hampton: National Aeronautics and Space Administration - Langley Research Center, 1994. 537 p.
- SANDFORD, M. C.; SEIDEL, D. A.; ECKSTROM, C. V.; SPAIN, C. V. NASA-TM-4110, L-16545, NAS 1.15:411, *Geometrical and structural properties of an Aeroelastic Research Wing (ARW-2)*. Hampton: National Aeronautics and Space Administration - Langley Research Center, 1989. 40 p.
- SIGMUND, O. A 99 line topology optimization code written in Matlab. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Springer-Verlag, New York, USA, v. 21, n. 2, p. 120–127, 2001.
- SIGMUND, O. On the usefulness of non-gradient approaches in topology optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Springer, New York, USA, v. 43, n. 5, p. 589–596, May 2011.
- SILVA, E. C. N. *Otimização em Engenharia Mecânica*. São Paulo: Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2010. 151 p. Apostila para Disciplina de Pós-Graduação do Departamento de Engenharia Mecatrônica e Sistemas Mecânicos, PMR5215 - Otimização Aplicada ao Projeto de Sistemas Mecânicos.
- VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. *An introduction to computational fluid dynamics: The finite volume method*. Harlow, England: Pearson Education Ltd., 2007. 503 p. ISBN 9780131274983.

# APÊNDICE A – TUTORIAL PARA SIMULAÇÕES CFD

Este tutorial tem como objetivo proporcionar ao leitor um primeiro contato com a simulação de CFD, difundindo a experiência e facilitando futuros trabalhos. A simulação foi baseada no caso específico da asa de uma aeronave rádio-controlada não tripulada da equipe Poliaclive de “SAE Aerodesign” da Escola Politécnica da USP, projeto 2008.

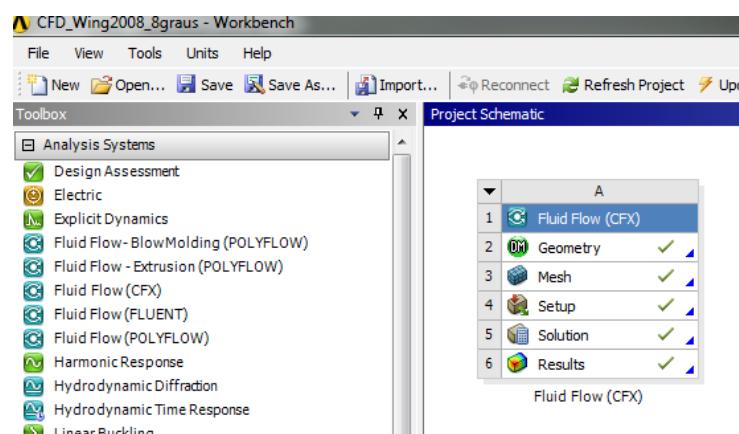
Esta asa foi simulada nas condições de voo de cruzeiro, à 15 m/s de velocidade do ar, em um domínio tridimensional. As principais dimensões e características aerodinâmicas da mesma estão relacionadas na tabela 5.1.

## A.1 Softwares Utilizados e Pré-Requisitos

Foi utilizado o pacote comercial Ansys Workbench, juntamente ao Ansys CFX e Ansys ICEM CFD. Em virtude da implementação de FSI no Ansys poder ser efetuada somente através do CFX, escolheu-se este solver em detrimento ao Ansys Fluent.

Uma simulação tridimensional consome em média 1 GB de memória RAM a cada 1 milhão de elementos da malha. Portanto, é desejável que o computador onde será feita a simulação tenha uma quantidade mínima de memória RAM compatível com o número de elementos da malha a ser resolvida.

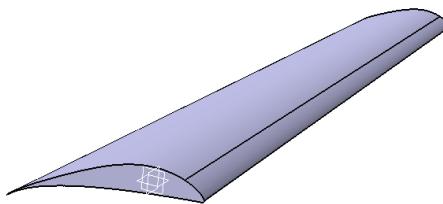
Dentro do Ansys Workbench criou-se um novo projeto do tipo “Fluid Flow (CFX)”, como mostrado na figura A.1.



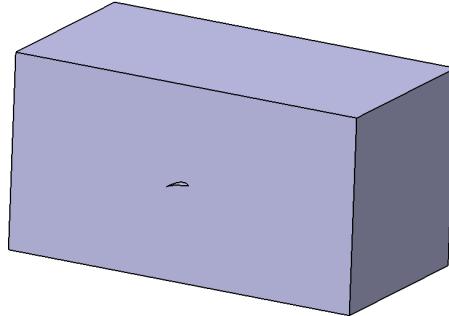
**Figura A.1:** Novo projeto “Fluid Flow (CFX)”.

## A.2 Criação da Geometria e Domínio Computacional

A geometria consiste em um paralelepípedo sólido cujas dimensões externas representam o tamanho do domínio computacional. A região modelada como sólida na geometria é considerada fluido na simulação, sendo a geometria da asa subtraída do paralelepípedo. Para esta simulação, foi criado um domínio de dimensões máximas 15m x 8m x 8m, que respeita as dimensões mínimas de 7 cordas em cada direção a partir da asa, obtida por experiência de usuários anteriores. Utilizou-se o software de CAD CATIA V5, da Dassault Systèmes.



**Figura A.2:** Geometria da asa simulada, criada em CATIA V5.



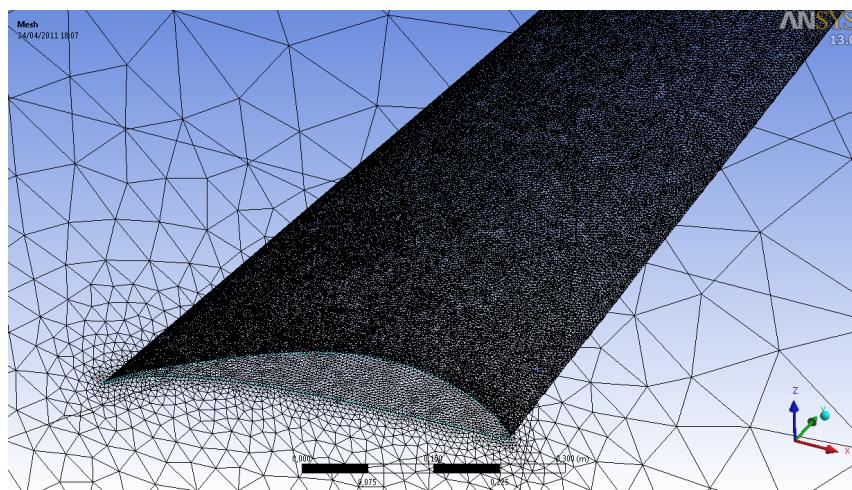
**Figura A.3:** Domínio computacional completo.

## A.3 Geração da Malha

Para criação da malha foi empregado o software Ansys ICEM CFD acoplado dentro do módulo Ansys Workbench, permitindo a sua geração de forma semi-automática. Utilizaram-se os recursos de “Patch Conforming Tetraedral Meshing”, que gera elementos tetraédricos cujos nós aderem-se a contornos e curvas especificados. Além disso, por meio do Inflation, na região da camada limite foram usados elementos hexaédricos originados pela projeção de arestas dos tetraedros sobre a superfície da asa. Desta forma, controlando os parâmetros de tamanhos de elemento máximo e mínimo para a malha tetraédrica

e uma lei de crescimento correspondente, pode-se refinar a malha na região mais crítica que é a superfície da asa.

Dado que o número de elementos da malha é um fator crítico devido ao custo computacional, o objetivo é sempre obter uma malha que permita observar os fenômenos de forma adequada com o menor número de elementos. Ao final do processo de preparação da geração semi-automática da malha, a mesma contabilizou 3,5 milhões de elementos. Este número é considerado baixo para simulações exclusivamente de CFD, no entanto, no caso de um acoplamento com a física estrutural, o custo computacional de uma malha de CFD mais refinada é muito alto.



**Figura A.4:** Exemplo de malha gerada.

## A.4 Setup do Solver

Dentro do Workbench, a importação da malha, bem como o ajuste de escala e da orientação dos eixos é feita de forma automática, não exigindo uma interação com o usuário, dentro do ANSYS CFX-Pre. Resta então definir as características de condições de contorno, de inicialização do escoamento e de resolução das equações. Um resumo das condições de contorno empregadas é mostrada na tabela A.1.

As condições de inicialização do escoamento são definidas como velocidades cartesianas, com a opção automática com valor. No caso desta malha específica, a orientação dos eixos é tal que o sentido de entrada do escoamento no domínio é o mesmo do eixo U, logo, define-se a velocidade neste eixo igual à velocidade da condição de contorno Inlet, dado que o interesse é o regime permanente. Na escolha do modelo de turbulência,

o SST torna-se adequado para esta simulação, por experiências anteriores do autor em simulações e validações de resultados deste tipo.

Os ajustes de controle do solver são principalmente relacionados ao controle de convergência. Estes valores variam muito com o tipo da física do problema, geometria, condições de contorno. Além disso, pode-se optar pela execução em paralelo, utilizando-se neste caso, mais de um núcleo de processamento. O próprio CFX partitiona a malha em um número correspondente de partes ao número de núcleos de processamento. Esta opção é encontrada no menu “Parallel Environment”, ao selecionar o método “HP MPI Local Parallel”. Neste caso específico, uma combinação de ajustes que gerou resultados satisfatórios é compilada na tabela A.2.

**Tabela A.1:** Condições de contorno.

Região	Condição de Contorno	Observações
Entrada	Inlet	15 m/s, normal à superfície
Saída	Outlet	Pressão relativa nula
Face simetria	Symmetry	-
Faces livres	Wall	Free Slip Wall
Superfícies da asa	Wall	No Slip Wall, Smooth

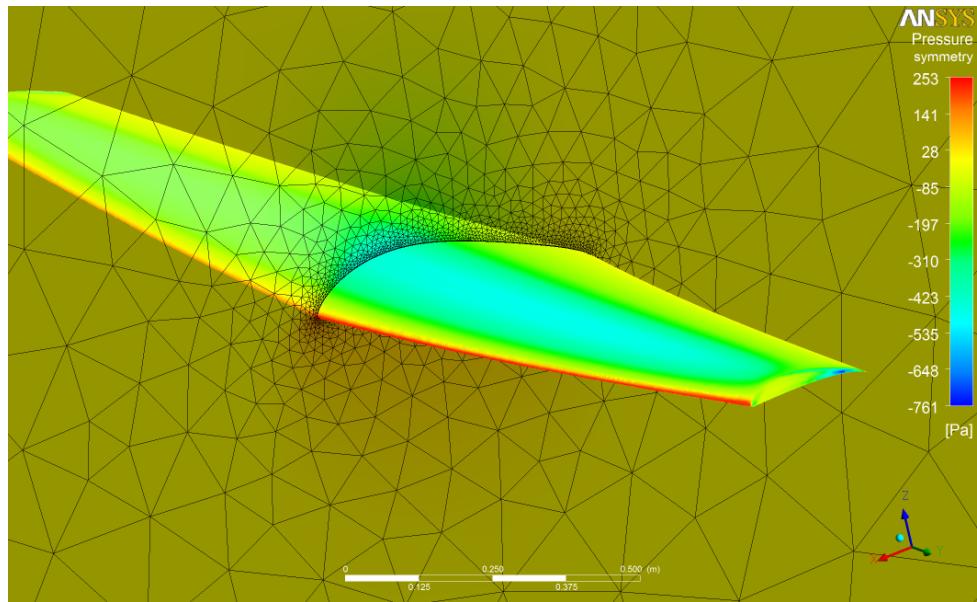
**Tabela A.2:** Ajustes de controle do solver.

Controle	Ajuste
Mín. número iterações	75
Máx. número iterações	250
Physical Timescale	0.05 [s]
Timescale Control	Physical Timescale
Resíduo para convergência	1e-6
Tipo de resíduo	RMS
Double Precision	Ativado

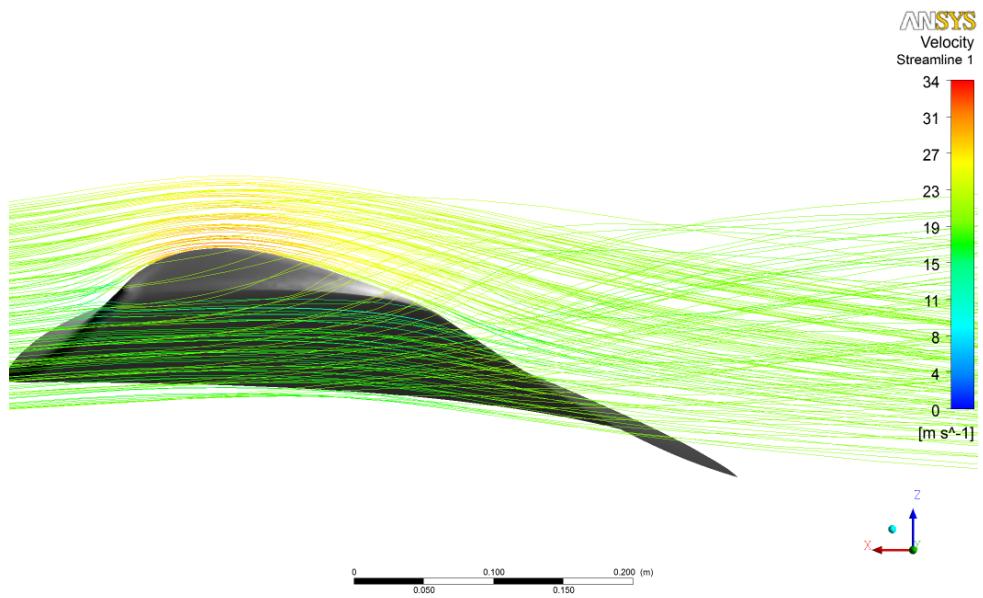
Ao final deste processo, resta gerar o arquivo de definições que será usado como entrada pelo ANSYS CFX-Solver, etapa esta realizada automaticamente pelo Workbench ao salvar as configuração e fechar o ANSYS CFX-Pre. Para iniciar a solução, aciona-se o modo “Solution” do CFX-Solver. Como as configurações de execução foram preparadas nos passos anteriores, não é necessário alterar nada em relação às configurações padrão.

## A.5 Pós-processamento dos Resultados

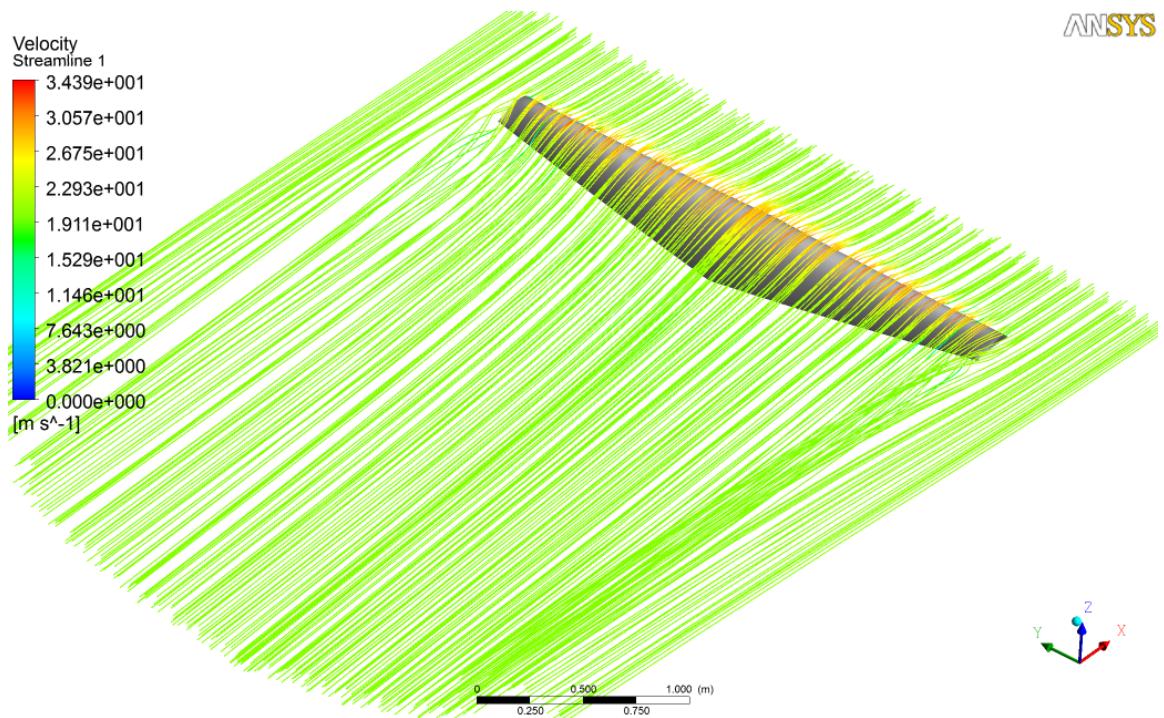
Após o término do processamento, em ambiente CFD-Post podem ser geradas diversas formas de saídas para o resultado. Imagens, arquivos com os valores numéricos de diversas variáveis como pressão, velocidade, linhas de corrente,  $y^+$ , entre outros. Alguns exemplos são mostrados nas Figuras A.5 à A.8.



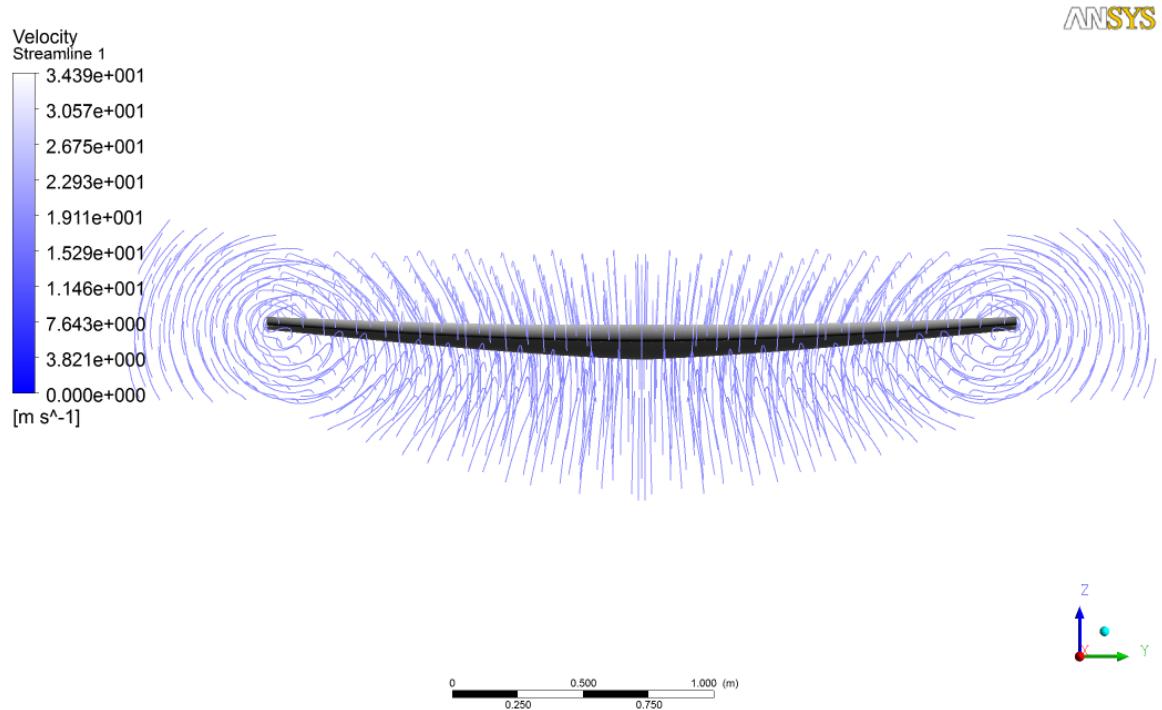
**Figura A.5:** Distribuições de pressão com malha aparente na parede de simetria.



**Figura A.6:** Linhas de corrente do escoamento na região da ponta da asa.



**Figura A.7:** Linhas de corrente do escoamento com exibição da esteira de turbulência gerada pelo campo de pressões da asa.

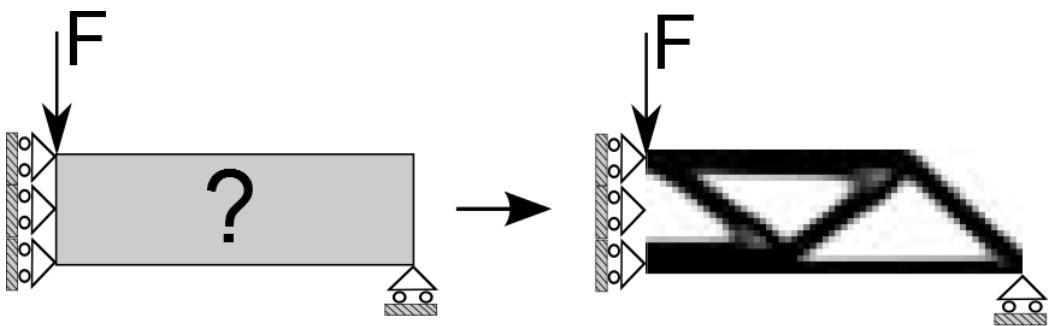


**Figura A.8:** Vórtices de ponta de asa evidentes à jusante do escoamento.

## APÊNDICE B – VALIDAÇÃO DO CÓDIGO DE OTIMIZAÇÃO TOPOLOGICA

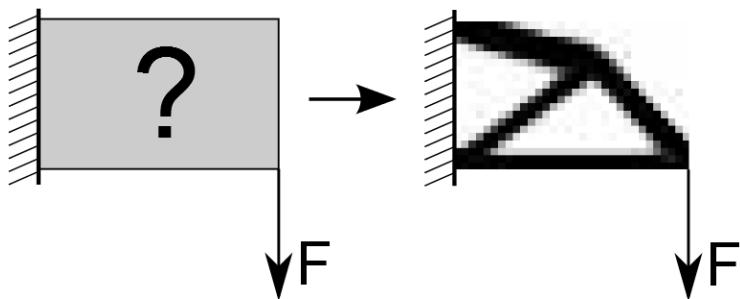
Como mostrado na seção 4.5, para testar o funcionamento do código de OT implementado foram rodados casos cujas soluções são consagradas na literatura, resumidos a seguir:

- **Caso 1:** viga bi-apoiada com carregamento de força à meio vão, utilizando a simetria do problema.



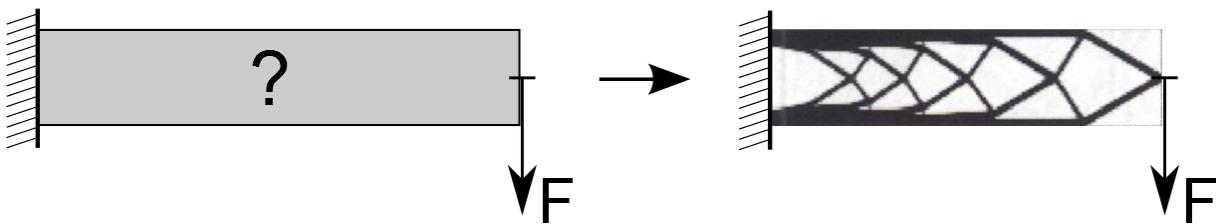
**Figura B.1:** Representação do caso 1, resultado reproduzido de Sigmund (2001).

- **Caso 2:** viga em balanço com carregamento na ponta, relação comprimento sobre altura equivalente a 1.6.



**Figura B.2:** Representação do caso 2, resultado reproduzido de Sigmund (2001).

- **Caso 3:** viga em balanço com carregamento na ponta, relação comprimento sobre altura equivalente a 5.



**Figura B.3:** Representação do caso 3, resultado reproduzido de Bendsøe e Sigmund (2003).

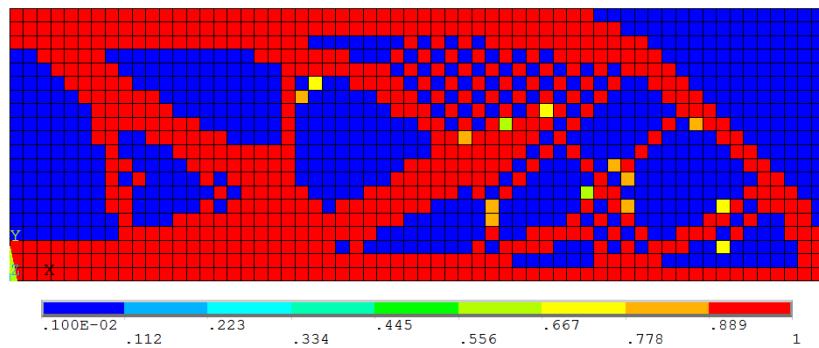
A tabela B.1 sintetiza os parâmetros de entrada da otimização para cada um dos casos analisados.

**Tabela B.1:** Parâmetros utilizados nas comparações.

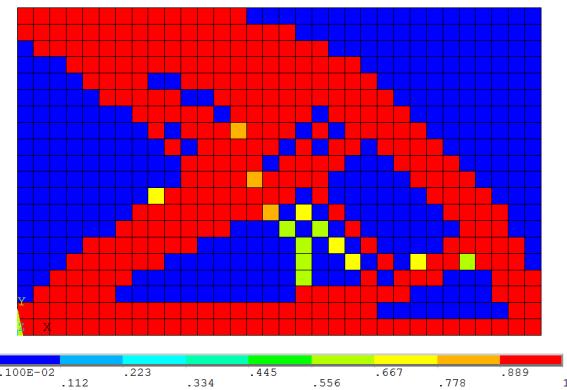
Parâmetro	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Número elementos em X	60	32	200
Número elementos em Y	20	20	40
Fração de volume	0.5	0.5	0.5
Penalização	3	3	3

## B.1 Implementação Sem Filtros de Gradientes

Na primeira implementação, os filtros de gradientes que permitem que o resultado da OT sejam na prática independentes da malha, foram desativados. Os resultados dos casos 1 e 2 são mostrados nas figuras B.4 e B.5.



**Figura B.4:** Valores das pseudo-densidades resultantes do caso 1, sem o filtro de gradientes.

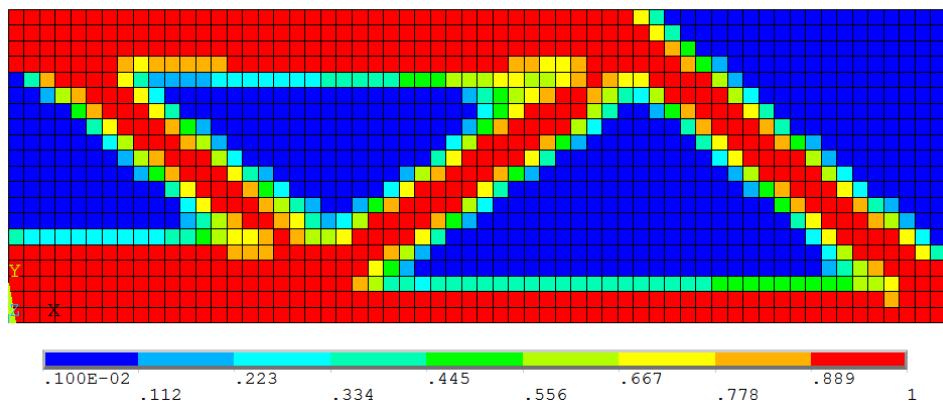


**Figura B.5:** Valores das pseudo-densidades resultantes do caso 2, sem o filtro de gradientes.

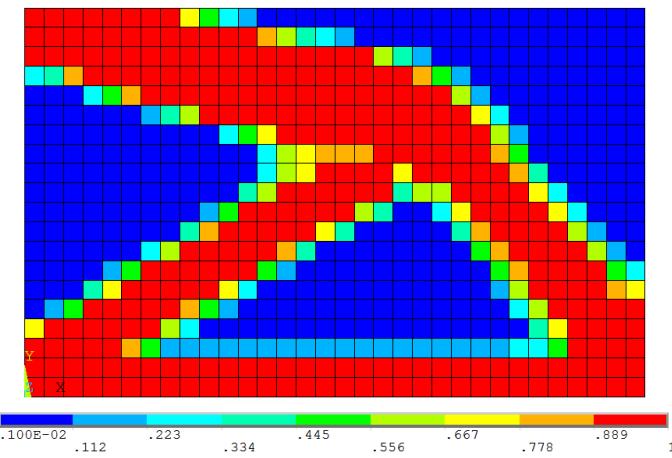
Em ambos casos nota-se a presença do fenômeno de tabuleiro de xadrez (mais acentuado na figura B.4). Segundo Bendsøe e Sigmund (2003), este comportamento surge devido a características de aproximação numérica do MEF que superestimam o valor da rigidez de uma estrutura de material composta por regiões que alternam vazio e material. A adoção de filtros de sensibilidade como o da equação 4.8, seção 4.5, são conhecidos por minimizar a ocorrência deste fenômeno, como comprovado nos exemplos a seguir.

## B.2 Implementação Com Filtros de Gradientes

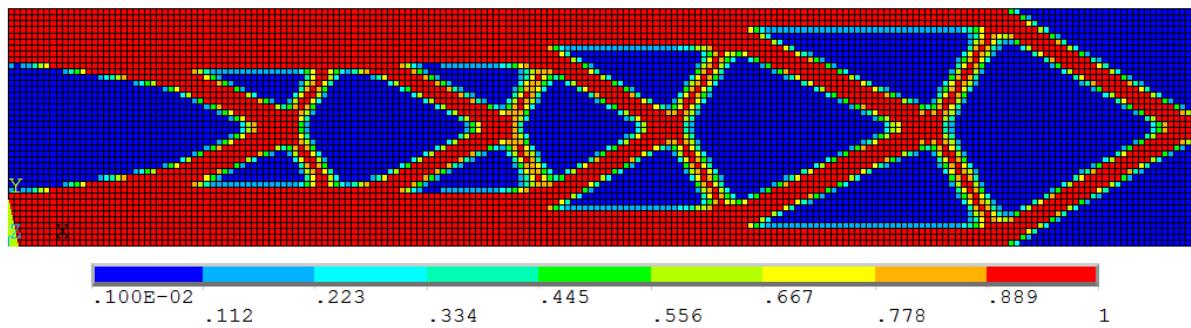
Ativando-se o filtro de gradientes, os casos 1 e 2 foram rodados novamente, seguido agora do caso 3. Nota-se que os resultados tornam-se semelhantes aos obtidos pela literatura, mostrando que o código de OT está implementado de forma adequada.



**Figura B.6:** Valores das pseudo-densidades resultantes do caso 1, com filtro.

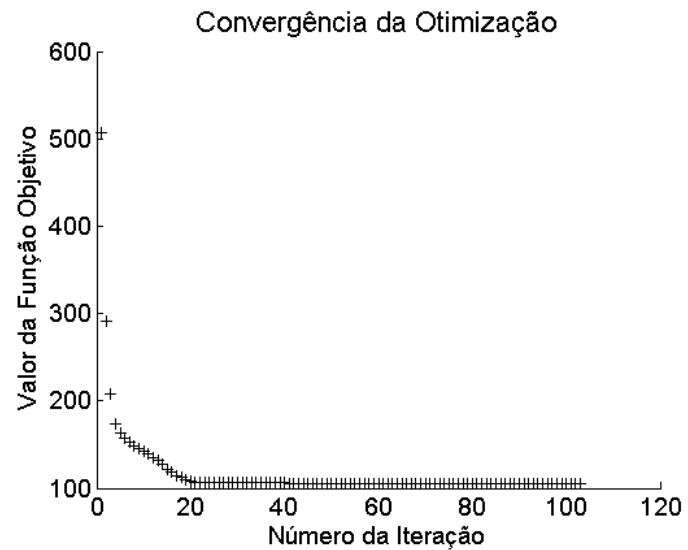


**Figura B.7:** Valores das pseudo-densidades resultantes do caso 2, com filtro.



**Figura B.8:** Valores das pseudo-densidades resultantes do caso 3, com filtro.

O comportamento da curva de convergência da otimização é muito semelhante em todos os casos analisados, sendo exibido na figura B.9 seu comportamento para o caso 1, a título de exemplo.



**Figura B.9:** Curva de convergência para o caso 1.